

2026 - Año 6
Número 11

Revista digital Red Descartes

Revista Digital

RED
DESCARTES

Panhispanica - Educativa - Interactiva



Red Educativa Digital Descartes
Córdoba (España)
descartes@proyectodescartes.org
<https://proyectodescartes.org>

Revista Digital Red Descartes
<https://proyectodescartes.org/revista/index.html>

ISSN: 2792-4483



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons 4.0 internacional: Reconocimiento-No Comercial-Compartir Igual.

La “Revista Digital Red Descartes” tiene como objetivo principal la difusión de todo lo concerniente al proyecto Descartes —proyecto educativo de ámbito global que persigue la mejora de la educación apoyándose en las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) y en las del aprendizaje y el conocimiento (TAC)—, pero con visión abierta a acoger todo aquello que signifique un gran avance en el ámbito educativo con herramientas y recursos similares.

Nuestra revista se caracteriza y distingue por ser una publicación interactiva, es decir, aporta como elemento identificador el que dentro de su contenido aparecen elementos que dan respuesta adecuada, contextualizada, a las acciones que sobre ellos realice el lector/actor. Esa interactividad es identificadora del aporte que suministran los recursos desarrollados con nuestra herramienta Descartes, pero sin exclusividad a ellos. Nuestra línea de trabajo está abierta a cualquier recurso promotor del aprendizaje y del conocimiento, aunque tengamos obviamente nuestra predilección personal básica por lo que promovemos, desarrollamos y difundimos.

Así pues, abrimos una nueva línea de trabajo, inmersa en nuestro sello editorial y servicio altruista, con vocación de seguir transmitiéndoles interés por la educación y, en particular, con la utilización de los recursos educativos interactivos de nuestro proyecto Descartes, desarrollados con la herramienta homónima: Descartes, y en una revista con soporte en los “Libros interactivos de RED Descartes”. Confiamos poder rebatir a Quintiliano cuando afirmaba: “Facilius est multa facere quam diu” —Es más fácil hacer muchas cosas que hacer una durante mucho tiempo—.



Consejo Editorial

Presidenta

Elena Álvarez Saiz

Coordinación editorial

Juan Guillermo Rivera Berrío

Editores

M^a José García Cebrian

Yecid E. Gaviria Restrepo

José Román Galo Sánchez

José Antonio Salgueiro

Administración web

Francisco Rodríguez Villanego

Josep M^a Navarro Canut

Código JavaScript

Joel Espinosa Longi

Colaboradores

Ángel Cabezudo Bueno

Carlos A. Rojas Hincapié

Edison Arbey Escobar

Ramiro A. Lopera Sánchez

Manuel Muñoz Cañadas

Diseño de portada

Julieth A. Gómez Hernández

Viñetas: klipartz.com/

Recursos interactivos:

[DescartesJS](#)

Fuentes: [Lato](#) y [UbuntuMono](#)

ISSN: 2792-4483

EDITORIAL

La educación atraviesa hoy un momento de profunda transformación, impulsado por la convergencia entre la tecnología digital, la interactividad y la inteligencia artificial. Este nuevo número de la Revista Red Descartes se sitúa precisamente en ese cruce de caminos, ofreciendo una mirada rigurosa y a la vez innovadora sobre cómo enseñar y aprender en un entorno cada vez más dinámico.

Los artículos que conforman esta edición reflejan una idea central: el conocimiento ya no se limita a ser transmitido, sino que se construye activamente mediante la exploración, la simulación y la participación del lector. Desde la riqueza conceptual de las matemáticas —con temas como el problema de Josefo o la fórmula de Cauchy-Binet— hasta las aplicaciones más actuales de la inteligencia artificial en la educación, se evidencia una apuesta clara por integrar tradición y vanguardia en un mismo discurso pedagógico.

Especial relevancia adquiere el papel de los recursos interactivos, que no solo enriquecen la comprensión de conceptos complejos, sino que transforman al lector en protagonista del proceso educativo. En este contexto, la incorporación de herramientas basadas en inteligencia artificial abre nuevas posibilidades, pero también plantea retos sobre el equilibrio entre automatización, calidad y sentido pedagógico.

Esta edición no pretende ofrecer respuestas definitivas, sino invitar a la reflexión crítica y al diálogo entre docentes, investigadores y creadores de contenido educativo. Porque, en última instancia, el verdadero avance no reside únicamente en la tecnología que utilizamos, sino en la manera en que la ponemos al servicio del aprendizaje.

Confiamos en que estas páginas inspiren nuevas prácticas, susciten preguntas y contribuyan a seguir construyendo una educación más abierta, interactiva y significativa.

06

El uso de vídeos en gamificación

Jesús M. Muñoz Calle (Sevilla - España)

16

El problema de Josefo: de la historia a las matemáticas

Elena E. Álvarez Saiz (Santander - España)

28

La fórmula de Cauchy-Binet Volumen en cualquier dimensión: Particularización al determinante de Gram

Consolación Ruiz Gil (Santander - España)

48

Juegos AJDA vs Juegos realizados con IA

Jesús M. Muñoz Calle (Sevilla - España)

62

Un poco sobre colores y su uso en DescartesJS

Joel Espinosa Longi
Ciudad de México - México

70

Descubrimos las fórmulas de Cardano-Vieta

José Antonio Salgueiro González
Lebrija - España

Personaliza tus presentaciones en NotebookLM

Juan Guillermo Rivera Berrío
Medellín - Colombia

82

Inteligencia artificial generativa en las publicaciones científicas

Martín Saban
Buenos Aires - Argentina

88

La inteligencia artificial al servicio de la educación: las nuevas herramientas de IA del Proyecto Descartes en 2026

Juan Guillermo Rivera Berrío
Medellín - Colombia

96

GPT Image 2: cuando la inteligencia artificial empieza a ver de verdad

ChatGPT y Consejo editorial

106

Publicaciones iCartesiLibri

Primer semestre 2026

118

El uso de vídeos en gamificación

Jesús M. Muñoz Calle

Los juegos didácticos se han convertido en aliados fundamentales de la educación moderna al unir diversión y aprendizaje con experiencias interactivas. Su éxito radica en su capacidad para captar la atención de los jugadores y mantenerlos motivados mientras adquieren nuevos conocimientos o habilidades. En este contexto, la gamificación (el uso de elementos y mecánicas de juego en entornos educativos) amplifica su impacto al convertir el aprendizaje en un desafío estimulante y gratificante.

El vídeo, por su parte, desempeña un papel clave dentro de estos juegos, proporcionando una herramienta visual y narrativa que enriquezca la experiencia educativa. Ya sea a través de escenas explicativas, tutoriales interactivos o historias inmersivas, el vídeo aporta dinamismo, facilita la comprensión de conceptos complejos y fomenta la conexión emocional con el contenido.

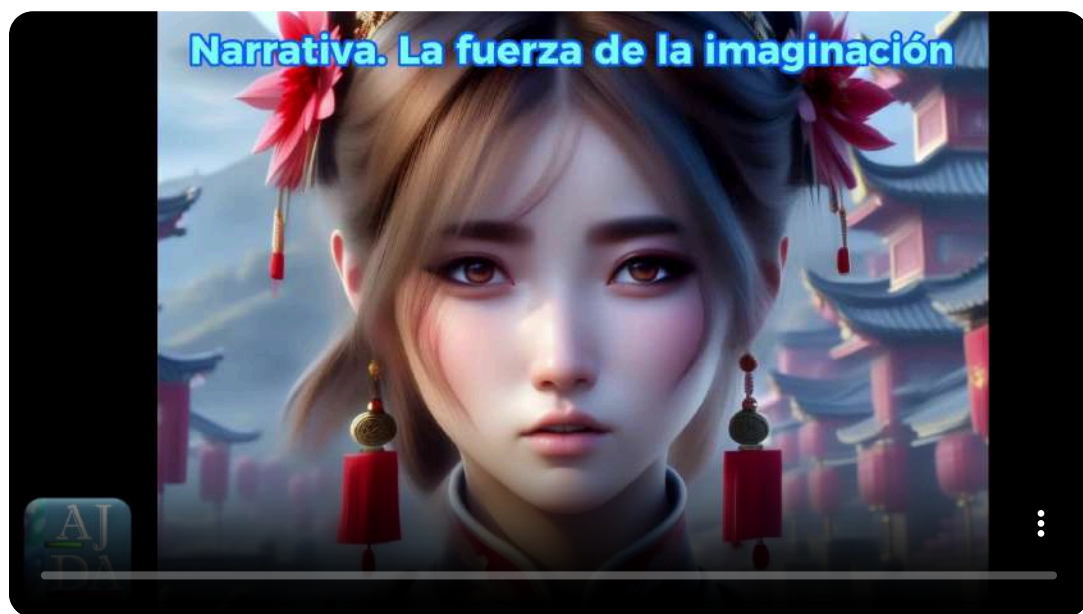
Este artículo examina cómo la combinación de juegos didácticos, gamificación y vídeo está transformando la educación, permitiendo crear experiencias más atractivas, personalizadas y efectivas para todo tipo de aprendizajes.

A través de ejemplos concretos, destacaremos algunas de las principales ventajas de utilizar estos recursos como potenciadores de la efectividad en los juegos didácticos.

Captación de la atención y motivación inicial

Los videos introductorios, o de presentación, son una herramienta poderosa para captar la atención de los estudiantes desde el inicio. Al presentar contenidos de manera visual, auditiva y emocionalmente atractiva, logran despertar el interés y predisponer positivamente al alumnado hacia la actividad. Esto es especialmente útil en el aula, donde mantener la atención puede ser un desafío.

En el siguiente vídeo sobre la narrativa en los juegos, exploramos cómo estos pueden transportarnos a una amplia variedad de universos, cada uno diseñado para captar nuestra atención y estimular nuestra imaginación. A través de historias cuidadosamente construidas, los juegos no solo nos sumergen en mundos únicos, sino que además, nos convierten en protagonistas, permitiéndonos influir directamente en el desarrollo de los eventos y las decisiones clave. Esta interacción nos hace sentir parte integral del entorno, lo que no solo incrementa la inmersión, sino que también refuerza nuestra motivación para participar y aprender de manera significativa.



Fomento de la inmersión y la narrativa

La narrativa presentada en video, crea un ambiente envolvente que transporta a los estudiantes a un escenario ficticio o real, relacionado con los contenidos del juego. Esta inmersión aumenta el compromiso emocional y cognitivo, lo que a su vez, refuerza el aprendizaje. Veremos un ejemplo concreto para el juego *AJDA Conquista*.

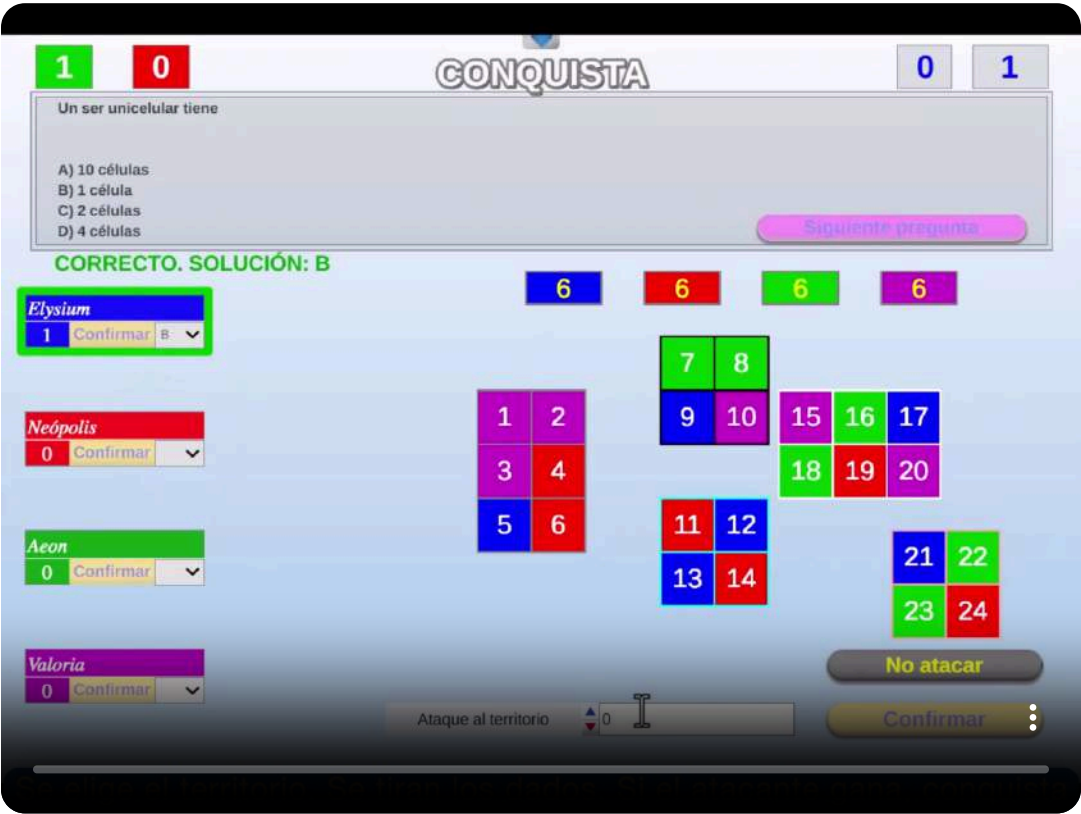
En un futuro muy, muy, lejano, la humanidad se ha convertido en una supercivilización. La geografía de La Tierra ha cambiado. Cuatro grandes repúblicas se reparten el mundo, y los jugadores son los miembros de sus gobiernos. Los cuatro países pugnan por dominar el orbe, pero desde hace mucho, ya no hay guerras físicas, el respeto a la vida humana es total y las batallas son virtuales o diplomáticas. Sin embargo, todas las repúblicas creen firmemente que su modelo de estado es el mejor y no cejarán en su empeño hasta dominar los 24 territorios o regiones en los que se divide el planeta. La Organización Mundial Internacional (OMI), con su secretario general al frente vela de forma efectiva por el cumplimiento de las leyes del mundo.



Explicación de mecánicas y objetivos

Los vídeos nos permiten explicar de manera más sencilla, rápida y visual, tanto los objetivos como las mecánicas de los juegos didácticos, utilizando un formato con el que los alumnos están más familiarizados.

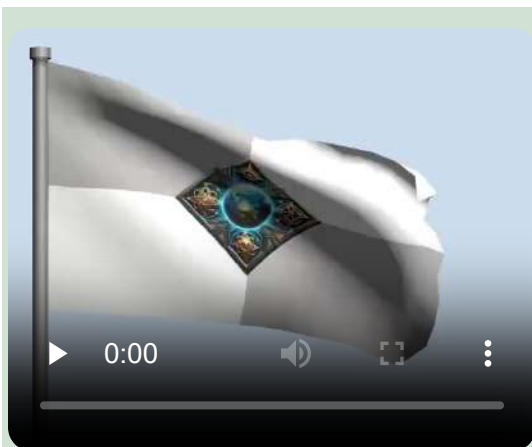
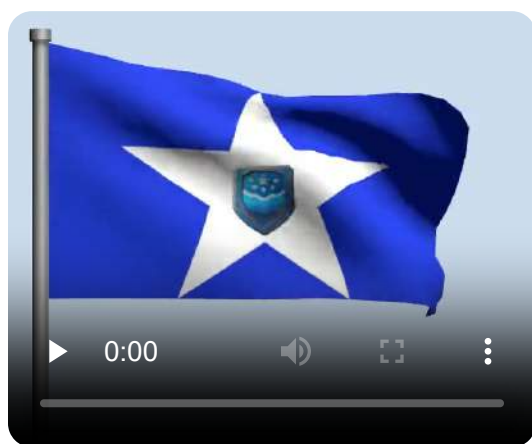
En el siguiente vídeo presentamos los objetivos y el funcionamiento del juego didáctico AJDA *Conquista*. A través de una explicación clara y visual, mostramos cómo se estructura su mecánica, destacando los elementos clave que lo hacen atractivo y educativo. Además, se detalla su finalidad, subrayando cómo este juego combina entretenimiento y aprendizaje para motivar a los jugadores mientras adquieren nuevos conocimientos y habilidades.



Inclusión de elementos animados propios de los juegos

A través de los vídeos, podemos dar vida y dinamismo a numerosos elementos que forman parte de los juegos, como banderas, escudos, insignias y una amplia variedad de objetos.

En los siguientes vídeos presentamos ejemplos de banderas ondeantes que representan a los cuatro equipos participantes en juegos didácticos, ilustrando cómo el movimiento y el diseño pueden añadir un toque distintivo y motivador al entorno del juego. Concretamente estas fueron diseñadas para la versión gamificada del juego *Conquista* a la que nos hemos requerido anteriormente.



Vídeos musicales

La música y los efectos sonoros enriquecen significativamente la experiencia de los juegos didácticos. Gracias a las inteligencias artificiales, es posible crear vídeos musicales en una amplia variedad de estilos. A continuación, presentamos un ejemplo.



Animación de escenas o pasajes del juego

Con el apoyo de inteligencias artificiales, podemos dar vida a cualquier imagen o escena relacionada con el juego, creando una experiencia más inmersiva y motivadora. Al pasar el ratón por las imágenes, podemos ver como estas se animan.



Inclusión en libros interactivos

La combinación de juegos didácticos, vídeos y libros interactivos eleva la experiencia educativa al siguiente nivel, facilitando la implementación de metodologías de gamificación que permiten plantear objetivos más ambiciosos.

Un ejemplo de esta propuesta es el libro interactivo Gamificando con juegos AJDA. En esta obra se plantea la realización de diversas actividades que emplean estrategias de ludificación, donde los juegos AJDA desempeñan un papel central. Los vídeos también son un componente clave del libro, ya que contribuyen significativamente a su presentación, narrativa, instrucción y motivación, haciendo que la experiencia de aprendizaje sea más dinámica y atractiva. A continuación, presentamos el vídeo de introducción de esta obra interactiva.



Para la creación de este vídeo, se han combinado técnicas tradicionales de edición y montaje con el apoyo de herramientas basadas en inteligencia artificial.

Presentación de la ventura

Los vídeos son una excelente herramienta para presentar actividades basadas en juegos didácticos, ya que permiten dar a conocer su narrativa, explicar sus reglas y detallar sus objetivos de manera visual e interactiva. Con un sólo vídeo, conseguimos alcanzar varios objetivos: motivar, presentar, sumergir, narrar e instruir.

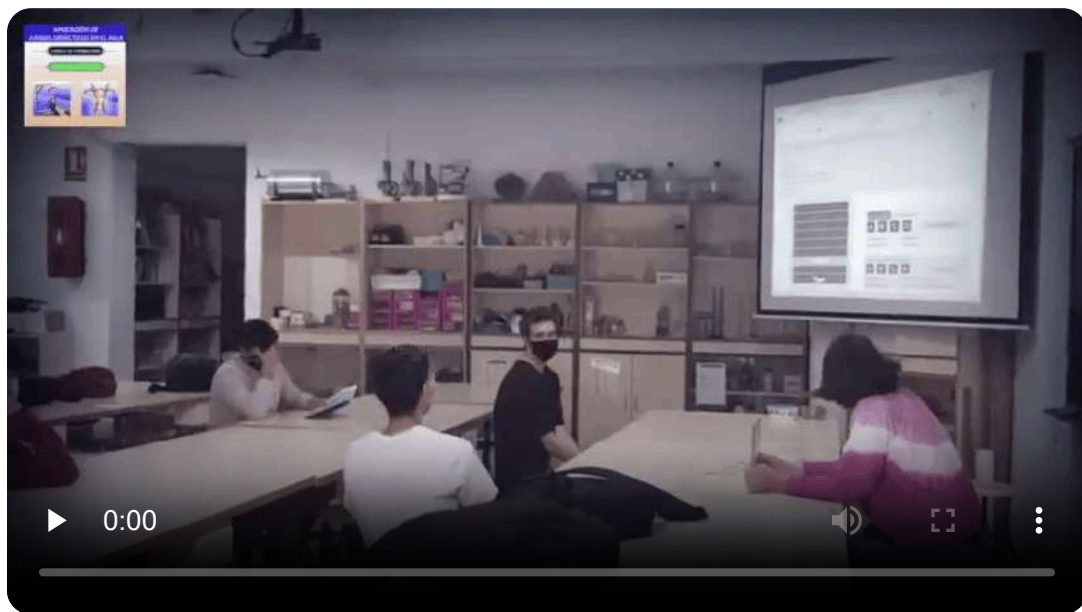
A continuación, presentamos un vídeo sobre la actividad gamificada titulada *El Cazador: A la Caza de los Secretos de la Alquimia*. A través de esta presentación, los participantes se sumergirán en la historia de los juegos didácticos, conocerán a sus protagonistas y comprenderán los retos y objetivos que deberán alcanzar para completar la experiencia.



Grabación de la experiencia

La grabación del desarrollo de la actividad y la posterior edición de un vídeo resumen nos permiten presentar de manera visual y estructurada el resultado final del trabajo realizado. Este producto audiovisual no solo sirve para documentar la experiencia, sino que también facilita el análisis de los aspectos más destacados, así como la identificación de oportunidades de mejora para futuras ediciones.

Seguidamente, compartimos el vídeo resumen de la puesta en práctica de la actividad gamificada *El Cazador: A la Caza de los Secretos de la Alquimia*, donde se muestra cómo se llevó a cabo la dinámica, la interacción de los participantes y los logros alcanzados a lo largo del juego.



Este tema ofrece un amplio margen para profundizar aún más e incluir numerosos ejemplos representativos. Además, el avance de la inteligencia artificial en este campo está siendo espectacular, lo que hace inevitable una futura segunda entrega para abordar nuevos desarrollos y aplicaciones.

El problema de Josefo: de la historia a las matemáticas

Elena E. Álvarez Saiz

Introducción histórica

El problema de Josefo toma su nombre del historiador judío **Flavio Josefo**, autor de la obra [La guerra de los judíos](#), escrita en el siglo I d. C. En esta obra se relata un episodio ocurrido durante la primera guerra judeo-romana, tras la caída de la ciudad de Jotapata, en el que Josefo se refugió en una cueva junto con un grupo de unos cuarenta compañeros.

Según su relato, el grupo decidió no rendirse y acordó un suicidio colectivo: colocados en círculo, se eliminarían uno a uno siguiendo un orden fijo. Josefo afirma haber razonado la estructura de ese procedimiento y haber elegido una posición que le permitió sobrevivir y entregarse finalmente a los romanos.

Aunque el texto original no detalla la regla exacta del conteo, esta situación dio lugar a una idealización matemática posterior: dado un número de personas dispuestas en círculo y una regla de eliminación periódica, determinar qué posición inicial garantiza la supervivencia final. Así nació el problema de Josefo, hoy un clásico de las matemáticas recreativas y del estudio de algoritmos.

En los apartados que siguen se analizan distintas situaciones inspiradas en esta idea. En todas ellas se

parte de un número dado de personas colocadas en círculo y de un criterio fijo de eliminación, junto con un punto inicial y un sentido de recorrido a partir del cual se aplica la regla.

Cada variante muestra cómo, siguiendo ese procedimiento de forma sistemática, el proceso conduce a la persona que queda como último superviviente. En todos los interactivos presentados en el artículo, el conteo y la eliminación se realizan avanzando en sentido antihorario.

El problema de Josefo clásico

Supongamos que hay n personas colocadas de pie en un círculo y numeradas consecutivamente. Se fija un punto de inicio y una dirección de conteo. A partir de ese punto, se cuentan siempre k personas vivas comenzando por la siguiente, y la k -ésima es eliminada. Tras cada eliminación, el conteo continúa desde la siguiente persona viva, manteniendo la misma dirección y el mismo valor de k .

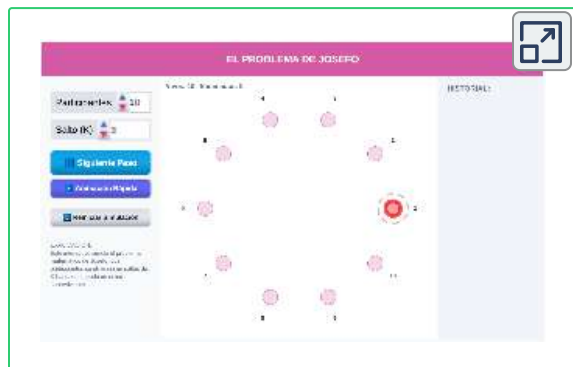
El procedimiento se repite de manera sistemática hasta que solo queda una persona en pie. El problema de Josefo clásico consiste en determinar, dados los valores de n y k qué posición inicial en el círculo corresponde a ese último superviviente.

El resultado se puede describir con una recurrencia. Si numeramos las posiciones de 1 a n y llamamos $J(n, k)$ a la posición ganadora, entonces, con nuestra convención (empezar a contar en el siguiente):

$$J(1, k) = 1, \quad J(n, k) = ((J(n - 1, k) + k) \bmod n) + 1.$$

En efecto, al eliminar a una persona contando k desde el siguiente vivo, el nuevo punto de inicio queda rotado k posiciones respecto al anterior. Por tanto, el superviviente del problema reducido ($n - 1$ personas) se convierte en el superviviente del problema original

simplemente desplazándolo k lugares en el círculo. La operación módulo n no hace más que reflejar el hecho de que el conteo es circular: cuando se alcanza el final, se vuelve al comienzo. En el siguiente interactivo se simula el proceso de eliminación pudiendo elegir el número de participantes y el valor del salto.



Para interpretar la visualización en el interactivo se ha marcado de distinto color los participantes vivos, los eliminados y la posición actual antes de avanzar en el siguiente paso de eliminación.

En el caso especial $k = 2$, usando la convención de que se empieza en el 1 y se avanzan 2 posiciones vivas antes de eliminar, se obtiene:

$$n = 2^m + \ell, \quad 0 \leq \ell < 2^m,$$

entonces el superviviente viene dado por:

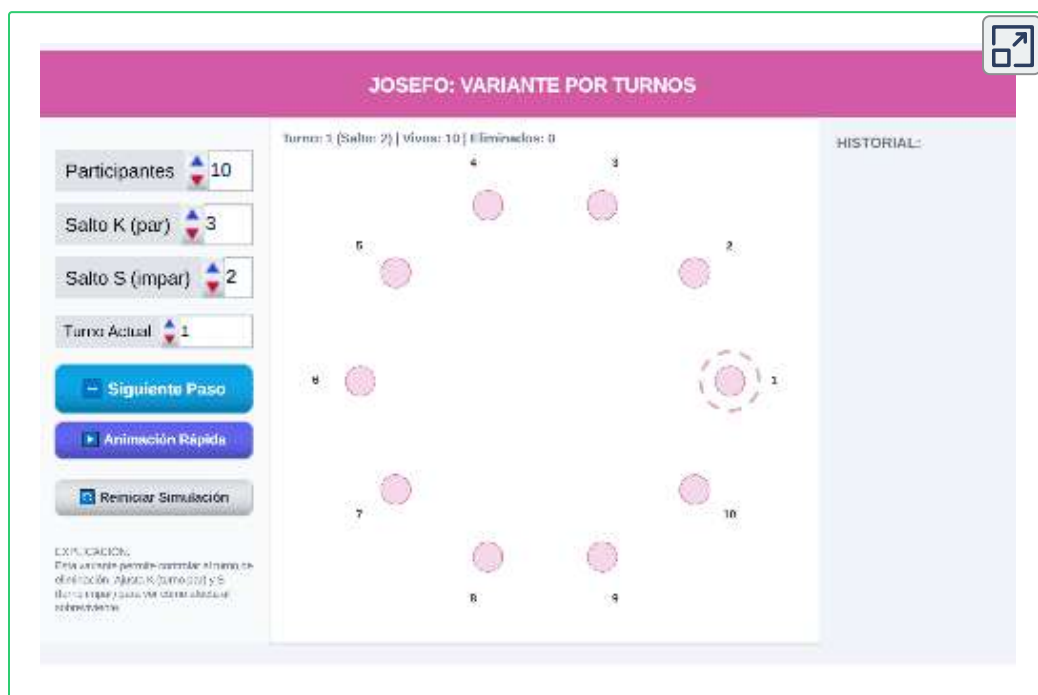
$$J(n, 2) = \begin{cases} 2\ell + 2, & \text{si } \ell < 2^m - 1, \\ 1, & \text{si } \ell = 2^m - 1. \end{cases}$$

En el siguiente interactivo, [Mapa de Josefo.](#), se puede explorar cómo varía el resultado al modificar los valores de n y k . En él se muestra, para cada par (n, k) , la posición del ganador.

Además, se da explícitamente la posición del superviviente y se puede analizar qué combinaciones de (n, k) conducen a que una posición concreta dentro del círculo resulte ganadora.

Josefo por turnos

Una variante a considerar es cuando el salto alterna entre dos valores diferentes k_1 y k_2 según si el turno de eliminación es impar o par. En el siguiente interactivo se muestra una visualización del proceso.



Para interpretar la visualización se sigue el mismo criterio que en el caso clásico, con la diferencia de que ahora intervienen dos saltos distintos: el valor S se utiliza en las eliminaciones impares (1^a , 3^a , 5^a , ...), mientras que k se aplica en las eliminaciones pares (2^a , 4^a , 6^a , ...). El historial mostrado no indica explícitamente qué salto se ha empleado en cada paso, aunque puede deducirse fácilmente a partir del número de turno correspondiente.

En la variante por turnos, el salto ya no es constante: en la eliminación i se usa S si i es impar y k si i es par. Si inicialmente hay n personas, cuando el círculo tiene tamaño m estamos realizando la eliminación número $i = n - m + 1$. Por tanto, definimos el salto en función del tamaño:

$$s(m) = \begin{cases} S, & \text{si } n - m + 1 \text{ es impar,} \\ k, & \text{si } n - m + 1 \text{ es par.} \end{cases}$$

Con la misma convención de conteo (empezar en el siguiente participante vivo), el ganador satisface la recurrencia

$$\begin{aligned} J(1) &= 1, \\ J(m) &= ((J(m-1) + s(m)) \bmod m) + 1, \quad m = 2, \dots, n. \end{aligned}$$

A diferencia del caso clásico, aquí el desplazamiento depende del turno. No suele existir una fórmula cerrada sencilla, pero esta recurrencia permite calcular el resultado.

Josefo bidireccional

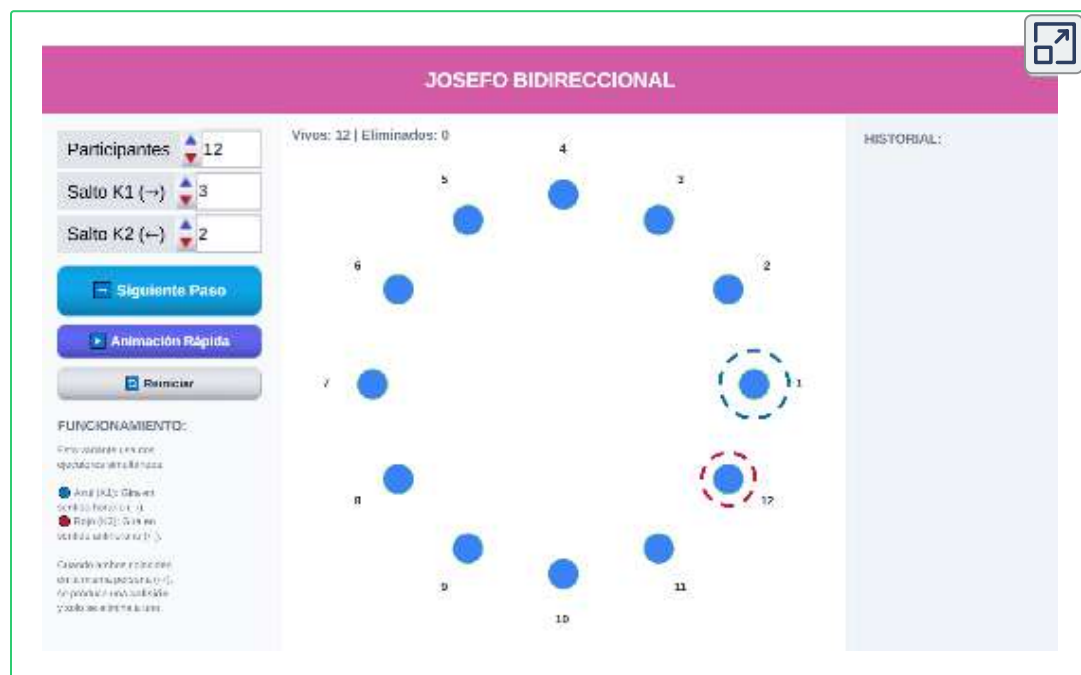
En esta variante intervienen dos punteros que recorren el círculo simultáneamente en sentidos opuestos. El puntero p_1 avanza en sentido **antihorario** con salto k_1 , y el puntero p_2 avanza en sentido **horario** con salto k_2 . En ambos casos, el conteo comienza siempre en el siguiente participante vivo en la dirección correspondiente.

En cada ronda, cada puntero señala a un candidato a eliminación. Si apuntan a personas distintas, ambas son eliminadas en ese turno; si coinciden (colisión), se produce una única eliminación. El proceso continúa con los supervivientes, manteniendo direcciones y valores k_1 y k_2 , hasta que queda una sola persona.

Podemos describir el estado por el conjunto de vivos V y las posiciones (p_1, p_2) . En cada paso se determinan dos candidatos c_1 y c_2 avanzando k_1 y k_2 vivos desde el siguiente a p_1 y p_2 , respectivamente. Entonces:

$$V \leftarrow \begin{cases} V - \{c_1, c_2\}, & \text{si } c_1 \neq c_2, \\ V - \{c_1\}, & \text{si } c_1 = c_2. \end{cases}$$

Después, los punteros se recolocan sobre los siguientes participantes vivos en sus sentidos. El procedimiento es determinista, pero al depender de dos punteros (y de posibles colisiones) no suele reducirse a una recurrencia simple como en el Josefo clásico, por lo que la simulación resulta especialmente útil.



Josefo con salvavidas (dos vidas)

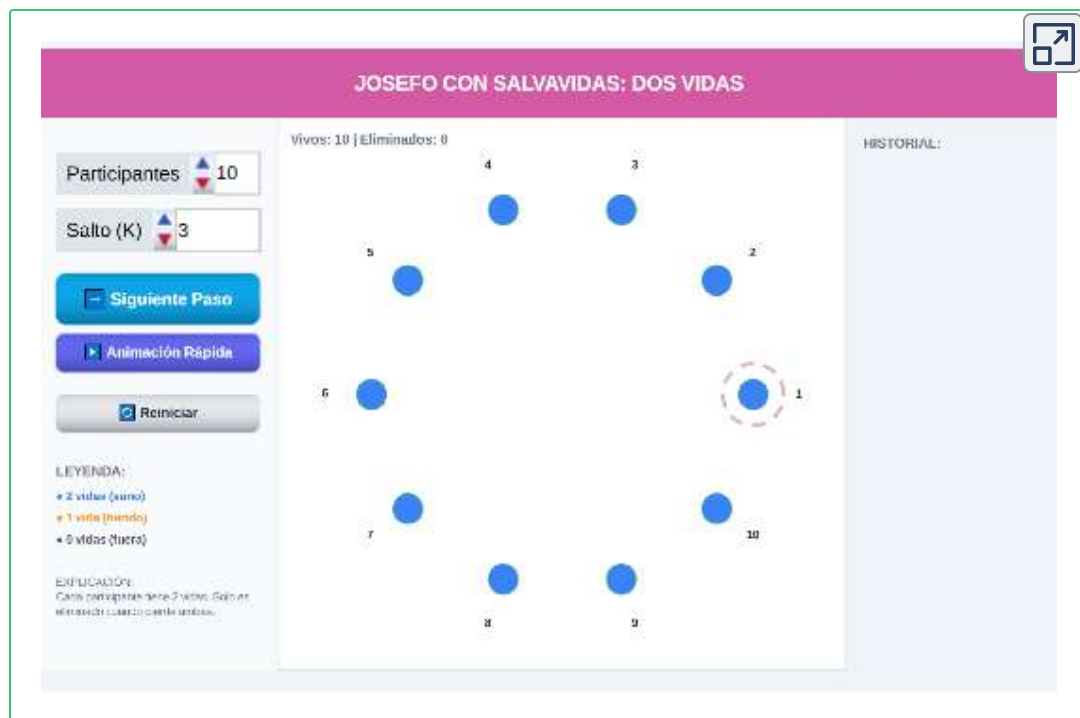
En esta variante, cada participante comienza con **dos vidas**. El procedimiento de conteo y selección es el mismo que en el Josefo clásico (se cuenta siempre desde el siguiente participante vivo en un sentido fijo), pero cuando a una persona le “toca” ser eliminada no desaparece necesariamente del círculo: **la primera vez pierde una vida** y continúa en el juego. Solo queda fuera definitivamente cuando es seleccionada por segunda vez, es decir, cuando pierde su **segunda vida**.

El proceso se repite hasta que solo queda una persona en pie. Esta variante introduce memoria en el sistema: ya no basta con saber quién está vivo, sino también cuántas vidas le quedan a cada participante.

Denotemos por $v_i \in \{0, 1, 2\}$ las vidas del participante i (con $v_i = 0$ si ya está eliminado). En cada paso, el algoritmo selecciona un índice c siguiendo la regla de conteo habitual y actualiza:

$$v_c \leftarrow v_c - 1, \quad \text{y el participante } c \text{ se elimina si } v_c = 0.$$

A diferencia del Josefo clásico, esta variante con dos vidas no suele admitir una fórmula cerrada sencilla, ya que el estado del sistema depende no solo de quién sigue en el círculo, sino también del número de vidas restantes de cada participante. No obstante, el proceso es completamente determinista: fijados n y k y la convención de conteo, el superviviente queda unívocamente determinado y puede calcularse exactamente mediante una descripción paso a paso o simulación.

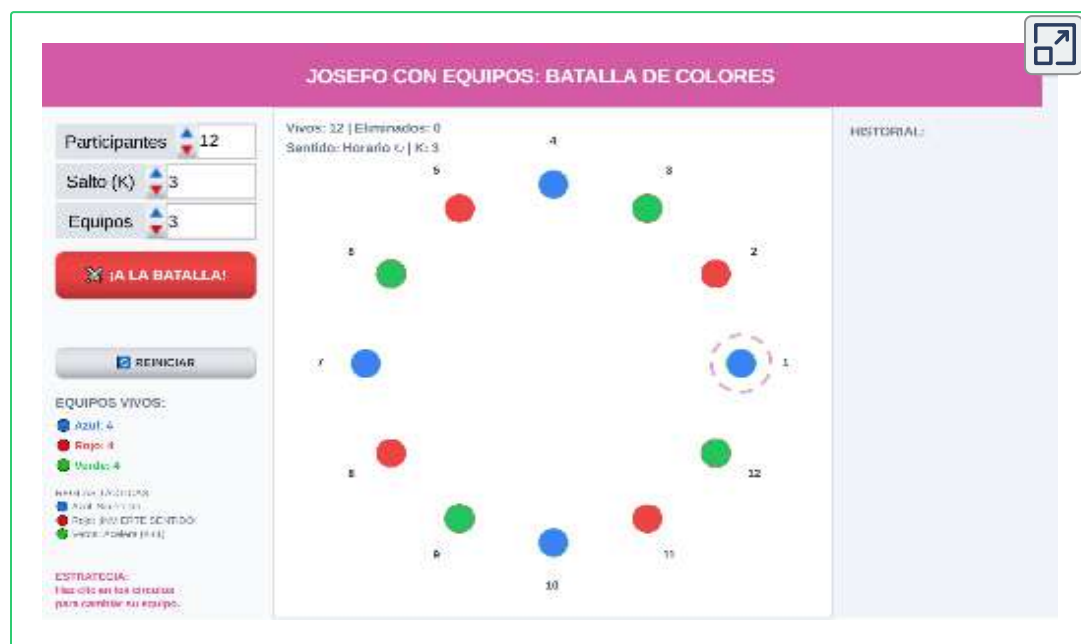


Josefo con equipos (batalla de colores)

En esta variante, los participantes del círculo se dividen en un máximo de **tres equipos**, identificados por los colores **azul**, **rojo** y **verde**. Los colores pueden intercambiarse libremente antes de comenzar el proceso, lo que permite decidir con qué equipo se inicia el juego sin alterar la estructura del círculo.

El procedimiento de eliminación sigue la regla básica de Josefo, pero el color del participante eliminado influye en la evolución del proceso. Si la persona eliminada pertenece al equipo **azul**, el algoritmo continúa sin cambios. Si el eliminado es **verde**, el valor del salto se incrementa en una unidad ($k \leftarrow k + 1$). En cambio, si el eliminado es **rojo**, se invierte el sentido de recorrido del círculo, pasando de horario a antihorario, o viceversa.

De este modo, el proceso deja de depender únicamente de n y k : la secuencia de colores eliminados introduce una retroalimentación que modifica dinámicamente el salto y el sentido. Aunque el algoritmo sigue siendo completamente determinista, la interacción entre equipos genera comportamientos más ricos y hace especialmente interesante su exploración mediante simulación.



A diferencia de otras variantes, aquí los equipos no son una simple etiqueta: el color del participante eliminado modifica el propio algoritmo. El proceso incorpora así una retroalimentación dinámica, en la que el salto y el sentido de recorrido pueden cambiar durante la ejecución. Esto rompe las simetrías del problema clásico y hace que pequeñas variaciones en la distribución inicial de colores o en el equipo que comienza produzcan resultados muy diferentes, lo que convierte esta variante en un ejemplo sencillo de sistema dinámico discreto determinista.

Josefo con saltos variables

En el siguiente interactivo se puede experimentar con cinco reglas distintas para determinar el salto k en cada eliminación. En todas ellas se mantiene el mismo esquema general (personas en círculo, conteo en un sentido fijo y eliminación de un candidato), pero cambia la forma en que evoluciona k a lo largo del proceso.

- **Regla 1 (clásica):** k constante durante toda la ejecución.
- **Regla 2 (incremento lineal):** en cada paso $k \leftarrow k + 1$.
- **Regla 3 (dependiente de los vivos):** si n es el número inicial de participantes y v el número de vivos en ese instante, entonces

$$k \leftarrow k + \left\lfloor \frac{n}{v} \right\rfloor.$$

donde $\lfloor \cdot \rfloor$ denota la parte entera.

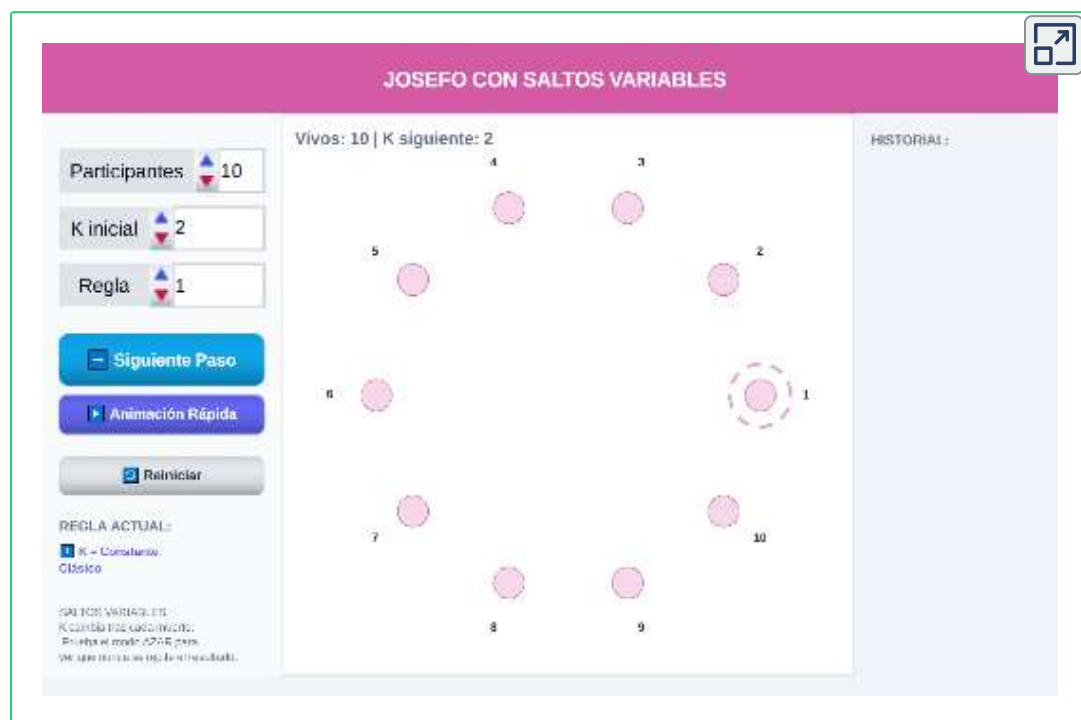
- **Regla 4 (cíclica):** el salto sigue el patrón $2, 3, 4, 2, 3, 4, \dots$
- **Regla 5 (aleatoria):** en cada paso se elige un nuevo k al azar (por lo que el resultado puede cambiar entre ejecuciones aunque n sea el mismo).

Para interpretar estas reglas hay que observar que, en cada paso, el círculo tiene un número v de personas vivas y el efecto real del conteo es siempre circular. Por eso, incluso cuando k crece mucho, lo que importa es su valor efectivo módulo v :

$$k_{\text{ef}} \equiv k \pmod{v}.$$

Es por eso que algunas reglas “parecen” producir comportamientos similares: incrementar k puede no cambiar el candidato eliminado si el incremento equivale a dar vueltas completas al círculo.

Sin embargo, la regla 5 introduce un componente estocástico: ya no existe un único resultado fijo para cada n , sino una distribución de posibles supervivientes, lo que permite estudiar qué posiciones aparecen con mayor frecuencia.



Conclusión

El problema de Josefo pone de manifiesto cómo una regla extremadamente sencilla puede dar lugar a comportamientos ricos y sorprendentes. En su versión clásica, el análisis matemático conduce a una formulación precisa y elegante; sin embargo, al introducir pequeñas variaciones: saltos que cambian, varios punteros, vidas adicionales o equipos que influyen en el proceso, la estructura se enriquece y las expresiones cerradas dejan paso a dinámicas más complejas.

En muchas de estas variantes no es posible obtener una fórmula cerrada sencilla, y en ese caso los simuladores resultan especialmente valiosos. Permiten observar el proceso paso a paso, comprender cómo pequeñas modificaciones en las reglas influyen en el resultado final y explorar patrones que no son evidentes a priori. La simulación se convierte así en una herramienta complementaria al razonamiento matemático.

Para facilitar esta exploración, todos los simuladores presentados se han reunido en una página índice común, desde la que pueden consultarse y compararse fácilmente.



Referencias

- [1] Knuth, D. E. (1997). The art of computer programming, Volume 1: Fundamental algorithms (3rd ed.). Reading, MA: Addison-Wesley.
- [2] Alegría Ezquerro, P. (2012). Entre la matemática y la magia: la leyenda de Josefo y la mezcla australiana. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 9(3), 410–421. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/230898213.pdf>

La fórmula de Cauchy–Binet

Volumen en cualquier dimensión

Particularización al determinante de Gram

Consolación Ruiz Gil

Existen fórmulas que parecen evidentes en su contexto original, pero que revelan una estructura profunda cuando se observan geoméricamente desde una dimensión superior.

En este artículo partimos de una identidad algebraica — la **fórmula de Cauchy-Binet**— aplicada al **determinante de Gram** $\det(AA^t)$ y mostraremos cómo encierra el teorema de Pitágoras y la fórmula de Herón, extendidos a cualquier dimensión.

Como el siguiente documental *Flatland - What the Bleep Do We Know?* que muestra cómo un mundo bidimensional descubre la tercera dimensión:



La fórmula de Gram realiza un salto análogo: saca a Pitágoras y a Herón de su dimensión natural y los proyecta a espacios de dimensión arbitraria.

La fórmula de Cauchy–Binet

$$\det(AA^t) = \sum (\text{menores de orden máximo de } A)$$

Se trata de una identidad puramente algebraica, válida para cualquier matriz $n \times m$, con n (número de filas) menor o igual que m (número de columnas), sin interpretación geométrica previa.

Ejemplo trivial

Si $A = [a, b]$, entonces

$$AA^t = [a^2 + b^2]$$

y los menores máximos son a y b .

La identidad se reduce a

$$a^2 + b^2 = a^2 + b^2$$

una obviedad.

Ejemplo no trivial

Consideremos

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

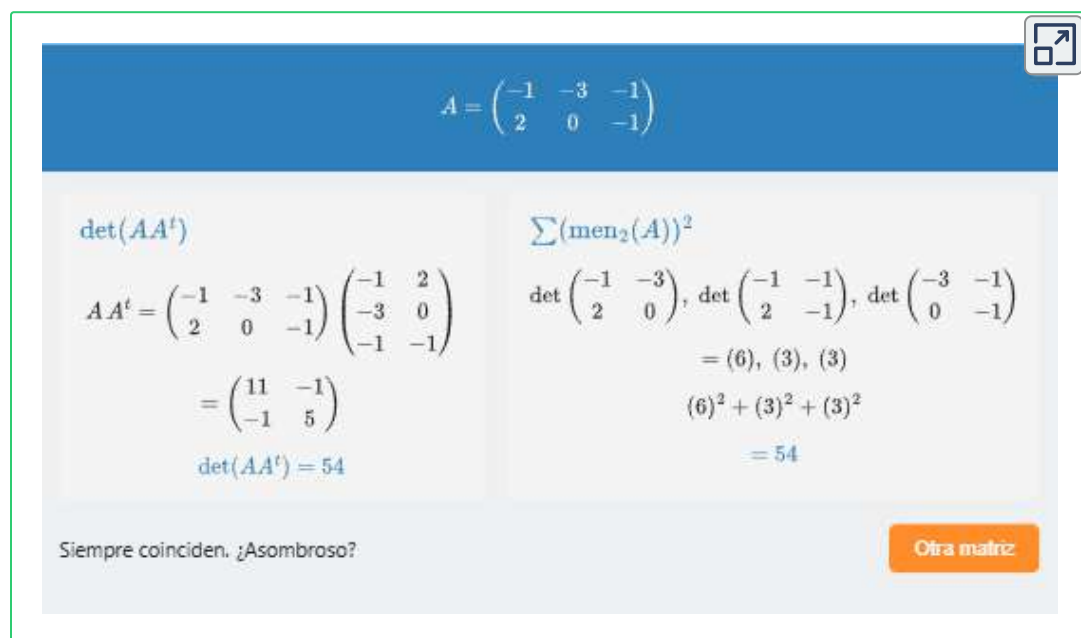
$$AA^t = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AA^t = \begin{pmatrix} 29 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \mathbf{141}$$

$$\left(\det \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \right)^2 + \left(\det \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -0 \end{pmatrix} \right)^2 + \left(\det \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -0 \end{pmatrix} \right)^2 = \mathbf{141}$$

El resultado ya no es evidente, la identidad funciona.

En la siguiente escena podemos comprobar la identidad con matrices aleatorias de orden 2×3 .



The screenshot shows a software interface with a blue header bar containing the matrix $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Below the header, the interface is divided into two columns. The left column, titled $\det(AA^t)$, shows the calculation of $AA^t = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ and concludes with $\det(AA^t) = 54$. The right column, titled $\sum (\text{men}_2(A))^2$, shows the calculation of the three 2×2 minors: $\det \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 6$, $\det \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 3$, and $\det \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 3$. These are then squared and summed: $6^2 + 3^2 + 3^2 = 54$. At the bottom left, the text "Siempre coinciden. ¿Asombroso?" is displayed. At the bottom right, there is an orange button labeled "Otra matriz". A small icon in the top right corner of the interface indicates a full-screen option.

Con el botón de la esquina superior derecha se amplía la escena a pantalla completa

Significado geométrico

$$(\text{elemento de volumen})^2 := \det(AA^t)$$

Longitud de un vector en \mathbb{R}^3

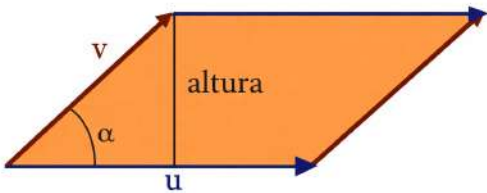
Sea $u = (11, 2, 0)$ un vector de \mathbb{R}^3 . Por el teorema de Pitágoras sabemos que su longitud es

$$\|u\| = \sqrt{11^2 + 2^2 + 10^2} = 15$$

Si A es la matriz con una sola fila (11210) , la longitud de su vector fila, o su volumen (1-volumen), es

$$\text{vol}(A) = \sqrt{\det(AA^t)}$$

Área de dos vectores en \mathbb{R}^m



Si u y v son dos vectores en \mathbb{R}^m , el área al cuadrado del paralelogramo que determinan viene dada por:

$$\begin{aligned} (\text{área})^2 &= \|u\|^2 \|v\|^2 \sin^2(\alpha) \\ &= \begin{vmatrix} u \cdot u & u \cdot v \\ v \cdot u & v \cdot v \end{vmatrix} \\ &= \det(AA^t) \end{aligned}$$

siendo A la matriz cuyas filas son los vectores u y v . Por tanto, el área del paralelogramo es $\text{vol}(A) = \sqrt{\det(AA^t)}$.

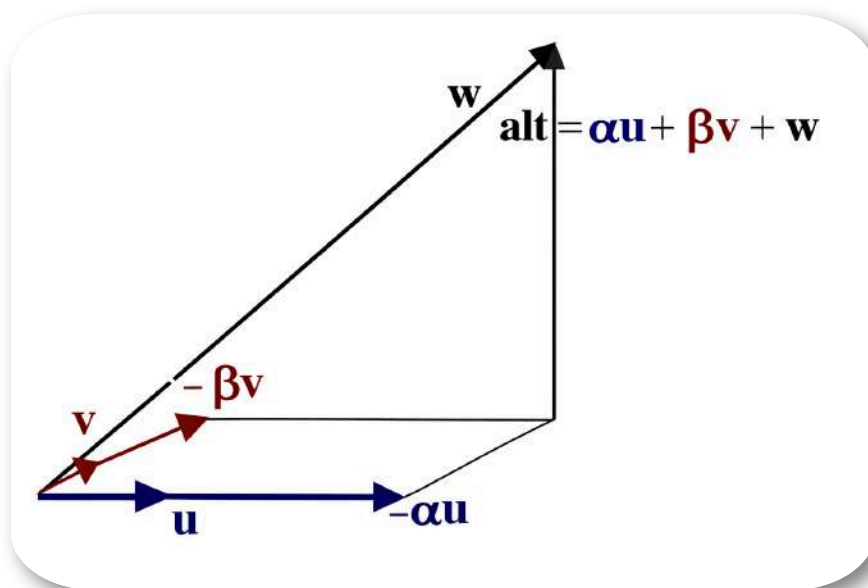
Volumen de tres vectores en \mathbb{R}^m

Sea A la matriz cuyas filas son los vectores u, v y w de \mathbb{R}^m . El cuadrado del volumen del paralelepípedo que determinan es

$$(\text{vol}(A))^2 = (\text{área})^2 \cdot \text{altura}^2 = \begin{vmatrix} u \cdot u & u \cdot v & 0 \\ v \cdot u & v \cdot v & 0 \\ 0 & 0 & \text{alt}^2 \end{vmatrix}$$

Teniendo en cuenta que la altura puede escribirse como $\text{alt} = \alpha u + \beta v + w$, se obtiene

$$\begin{vmatrix} u \cdot u & u \cdot v & u \cdot \text{alt} \\ v \cdot u & v \cdot v & v \cdot \text{alt} \\ \text{alt} \cdot u & \text{alt} \cdot v & \text{alt} \cdot \text{alt} \end{vmatrix}$$



El determinante anterior coincide con

$$\det \left(\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}^t \right)$$

y concluimos finalmente que

$$\text{vol}(A) = \sqrt{\det(AA^t)}$$

La fórmula de Herón

La **fórmula de Herón** permite calcular el área de un triángulo conociendo únicamente las longitudes de sus tres lados. Si un triángulo tiene lados de longitud a , b y c , y denotamos por

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

su semiperímetro, entonces su área viene dada por

$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Esta expresión resulta especialmente notable porque no requiere conocer ángulos ni alturas: toda la información geométrica del triángulo queda codificada en las longitudes de sus lados.

A primera vista, la fórmula de Herón puede parecer aislada o incluso misteriosa. Sin embargo, veremos a continuación que se trata en realidad de un **caso particular de la igualdad fundamental estudiada en el apartado anterior**.

Herón como determinante de Gram

Consideremos una matriz A con dos filas, cuyos vectores fila son u y v . La matriz de Gram asociada es

$$AA^t = \begin{pmatrix} u \cdot u & u \cdot v \\ u \cdot v & v \cdot v \end{pmatrix}$$

Si denotamos

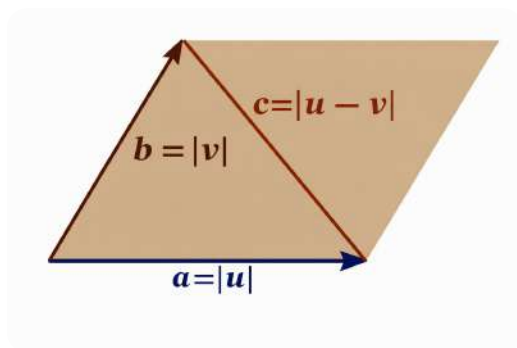
$$a = \|u\|, \quad b = \|v\|, \quad c = \|u - v\|$$

entonces,

$$u \cdot v = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}$$

Por tanto, el determinante de la matriz de Gram toma la forma

$$\det(AA^t) = \det \begin{pmatrix} a^2 & \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \\ \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} & b^2 \end{pmatrix}$$



Esta cantidad coincide exactamente con el **cuadrado del área** del paralelogramo determinado por los vectores u y v , y por tanto, con el cuadrado del doble del área del triángulo asociado.

Al desarrollar el determinante, se obtiene una expresión equivalente a la fórmula de Herón que permite calcular el área de un triángulo en función de la medida de sus lados. De este modo, la fórmula clásica aparece como un **caso particular de la identidad**

$$(\text{Vol})^2 = \det(\text{Gram})$$

aplicada a una matriz con dos filas.

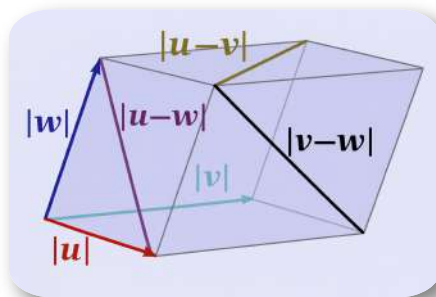
En el documento [heron2.pdf](#) puede consultarse una demostración detallada de esta equivalencia, así como su relación con el determinante de Cayley–Menger.

Volumen de un paralelepípedo y fórmula de Herón en dimensión superior

El **cuadrado del volumen de un paralelepípedo** determinado por varios vectores puede expresarse mediante el determinante de Gram:

$$(\text{vol}(A))^2 = \det(A \cdot A^t)$$

Esta expresión proporciona el volumen del paralelepípedo **en función de la medida de sus lados y de las diagonales de sus caras**, constituyendo una extensión natural de la fórmula de Herón a dimensiones superiores.



Veámoslo con más detalle. Sea A una matriz de tres filas, cuyos vectores fila son u, v y w . La matriz de Gram asociada es

$$AA^t = \begin{pmatrix} u \cdot u & u \cdot v & u \cdot w \\ u \cdot v & v \cdot v & v \cdot w \\ u \cdot w & v \cdot w & w \cdot w \end{pmatrix}$$

Por tanto,

$$\det(AA^t) = \begin{vmatrix} uu & uv & uw \\ uv & vv & vw \\ uw & vw & ww \end{vmatrix}$$

Denotemos

$$uu = a^2, \quad vv = b^2, \quad ww = c^2$$

Utilizando la identidad

$$u \cdot v = \frac{u^2 + v^2 - (u - v)^2}{2}$$

se obtiene

$$uv = \frac{a^2 + b^2 - d_1^2}{2}, \quad \frac{a^2 + c^2 - d_2^2}{2}, \quad \frac{b^2 + c^2 - d_3^2}{2}$$

De este modo, el volumen del paralelepípedo puede calcularse **únicamente a partir de las longitudes de sus aristas y de las diagonales de sus caras.**

Este determinante coincide, salvo un factor constante, con el determinante de **Cayley–Menger** asociado:

$$\det(AA^t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a^2 & b^2 & c^2 \\ 1 & a^2 & 0 & d_1^2 & d_2^2 \\ 1 & b^2 & d_1^2 & 0 & d_3^2 \\ 1 & c^2 & d_2^2 & d_3^2 & 0 \end{pmatrix}$$

Demostración

Concluimos así que la identidad

$$(\text{vol}(A))^2 = \det(AA^t)$$

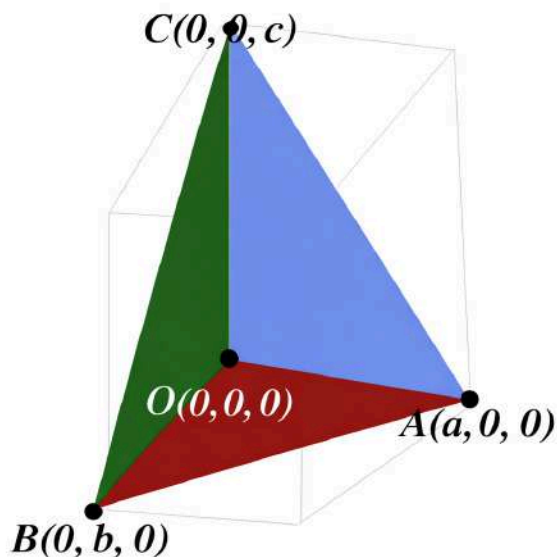
constituye una **fórmula de Herón generalizada** para paralelepípedos en dimensión arbitraria, siendo el orden de la matriz A el que determina la dimensión del volumen considerado.

Pitágoras en cualquier dimensión

La suma de los cuadrados de los menores de orden máximo actúa como una extensión natural del teorema de Pitágoras.

En un **tetraedro rectángulo**, el **cuadrado del área de la cara hipotenusa** es igual a la **suma de los cuadrados de las áreas de las tres caras cateto**.

Esta afirmación, que generaliza de manera directa el teorema clásico de Pitágoras, aparecerá más adelante como un caso particular de una construcción válida en cualquier dimensión.



La igualdad fundamental que utilizaremos es

$$(\text{vol}(A))^2 := \sum (\text{menores de orden máximo de } A)^2$$

Cuando la matriz A tiene una sola fila, este enunciado coincide exactamente con el teorema de Pitágoras para la longitud de un vector en el plano. Cuando el número de filas aumenta, la misma expresión describe áreas y volúmenes en dimensiones superiores.

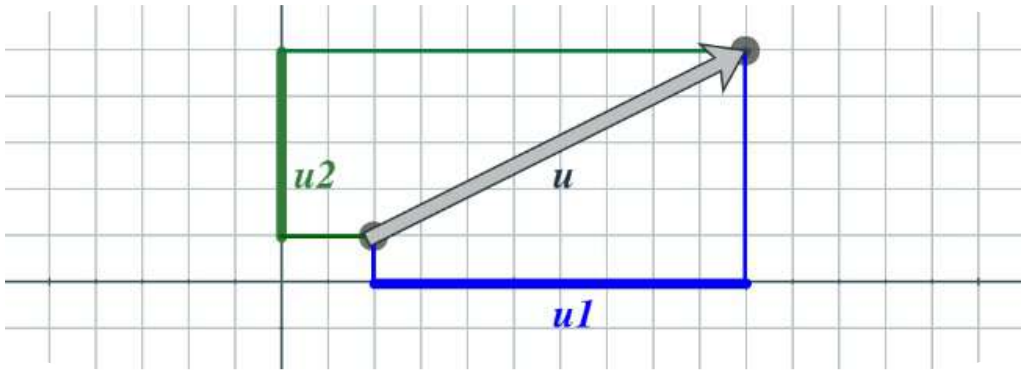
El caso elemental: un vector en el plano

Si la matriz A tiene una sola fila y dos columnas, entonces A representa un vector del plano, que escribiremos como $u = (u_1, u_2)$. En este caso, los menores de orden máximo de A coinciden exactamente con las coordenadas del vector.

Escribir

$$(\text{vol}(A))^2 = u_1^2 + u_2^2$$

es decir que el cuadrado de la longitud del vector u es la suma de los cuadrados de sus componentes. Reconocemos aquí el **teorema clásico de Pitágoras**.



En la figura se observa que el vector u se descompone en sus proyecciones sobre los ejes coordenados. La contribución de cada proyección aparece elevada al cuadrado, y su suma determina completamente la longitud del vector.

De este modo, el teorema de Pitágoras puede entenderse como el primer caso de una construcción general: *el cuadrado del elemento de volumen se obtiene como suma de los cuadrados de sus proyecciones*.

Dos vectores en el espacio

Consideremos ahora una matriz A con dos filas y tres columnas. Sus filas representan dos vectores del espacio,

$$u = (u_1, u_2, u_3), \quad v = (v_1, v_2, v_3),$$

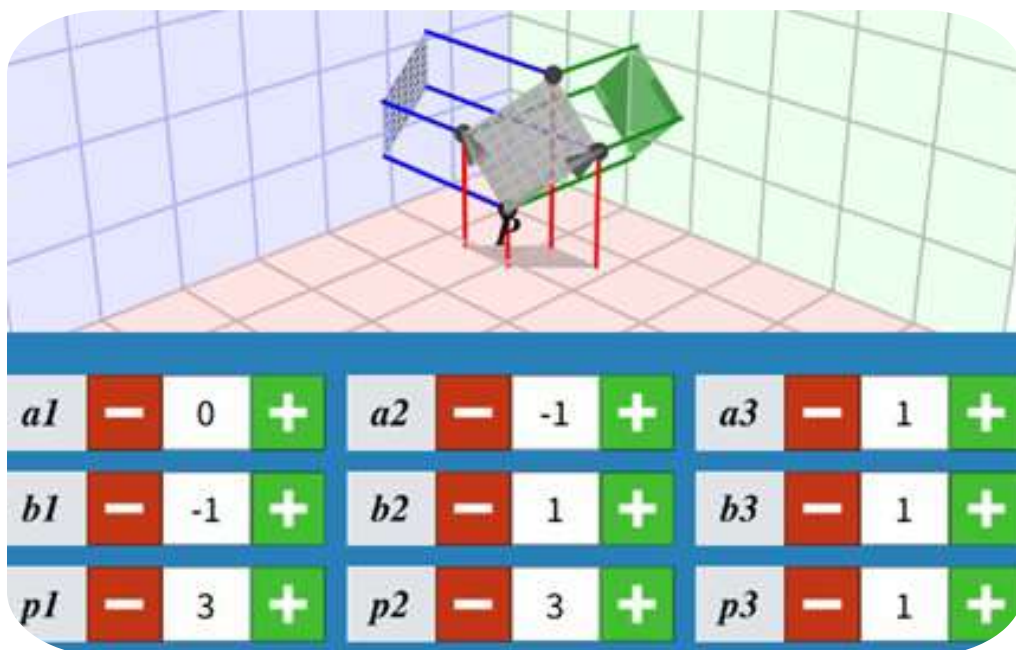
que determinan un paralelogramo en \mathbb{R}^3 . En este caso, el elemento de volumen es el área de dicho paralelogramo.

El cuadrado del área viene dado por el segundo miembro de la igualdad de Cauchy–Binet, es decir, por la suma de los cuadrados de los menores de orden máximo de A :

$$(\text{vol}(A))^2 = \sum (\text{men}_2(A))^2$$

Geométricamente, esta expresión tiene una interpretación muy clara: cada menor de orden 2 representa el área orientada de la proyección del paralelogramo sobre uno de los planos coordenados $x = 0, y = 0$ o $z = 0$.

$$(\text{Área})^2 = (\text{Área}_{xy})^2 + (\text{Área}_{xz})^2 + (\text{Área}_{yz})^2$$



En la figura se muestra el paralelogramo determinado por los vectores u y v y sus proyecciones sobre los tres planos coordenados. El área total del paralelogramo queda completamente determinada por las áreas de estas proyecciones.

Si

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

el cuadrado del área del paralelogramo determinado por sus filas viene dado por

$$(\text{área}(A))^2 = \sum (\text{men}_2(A))^2$$

Los menores de orden 2 de A corresponden a las proyecciones sobre los planos coordenados y se obtienen eliminando, respectivamente, la columna x , la columna y y la columna z :

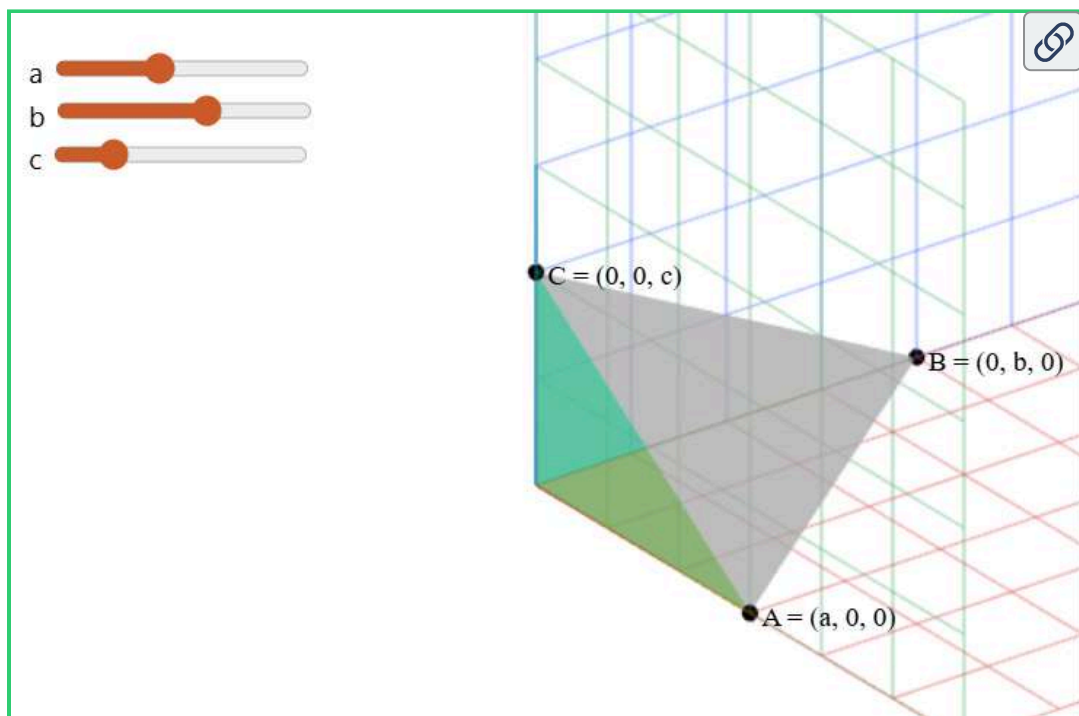
$$\begin{aligned} & \left(\det \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 + \left(\det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 + \left(\det \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 \\ &= (0 \cdot 1 - (-1)(-1))^2 + (0 \cdot 1 - 1(-1))^2 + ((-1) \cdot 1 - 1 \cdot 1)^2 \\ &= (-1)^2 + (1)^2 + (-2)^2 = 1 + 1 + 4 = 6 \end{aligned}$$

Por tanto, el cuadrado del área del paralelogramo gris es 6, y su área vale $\sqrt{6}$.

Este ejemplo muestra explícitamente que **el cuadrado del área de un paralelogramo es la suma de los cuadrados de las áreas de sus proyecciones sobre los planos $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$.**

De este modo, el teorema de Pitágoras se extiende al caso del área: **el cuadrado del área de un paralelogramo es la suma de los cuadrados de las áreas de sus proyecciones.** Este resultado puede considerarse un teorema de *Pitágoras para áreas*, válido para dos vectores en cualquier dimensión.

Un caso particular especialmente ilustrativo es el siguiente. Al escoger tres valores positivos para a , b y c , se dibuja el triángulo determinado por los puntos $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ y $(0, 0, c)$. Este triángulo es la mitad del paralelogramo determinado por los vectores diferencia $(a, 0, -c)$ y $(0, b, -c)$, colocado con origen en el punto $(0, 0, c)$.



Al aplicar la fórmula estudiada, el cuadrado del área de este triángulo resulta ser igual a la suma de los cuadrados de las áreas de sus

proyecciones sobre los planos coordenados. Dicho de otro modo, en un tetraedro rectángulo, el cuadrado del área de la cara hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las áreas de las tres caras cateto.

Resumen

Identidad de Cauchy–Binet

$$\det(AA^t) = \sum (\text{menores de orden máximo de } A)^2$$

Cálculo del volumen de un n -paralelepípedo

$$(Vol_n)^2 = \det(AA^t)$$

Permite calcular el volumen a partir de las longitudes de las aristas y de las diagonales de sus 2-caras.

Es la **fórmula de Herón generalizada**.

Pitágoras generalizado

$$(Vol_n)^2 = \sum (\text{menores de orden máximo de } A)^2$$

Fórmula de Cauchy-Binet

$$\det(AA^t) = \sum (\text{menores de orden máximo de } A)^2$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(AA^t)$$

$$AA^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\sum (\text{men}_2(A))^2$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \det \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$



0:19 / 1:04



Nota histórica

La identidad

$$\det(AA^t) = \sum (\text{menores de orden máximo de } A)^2$$

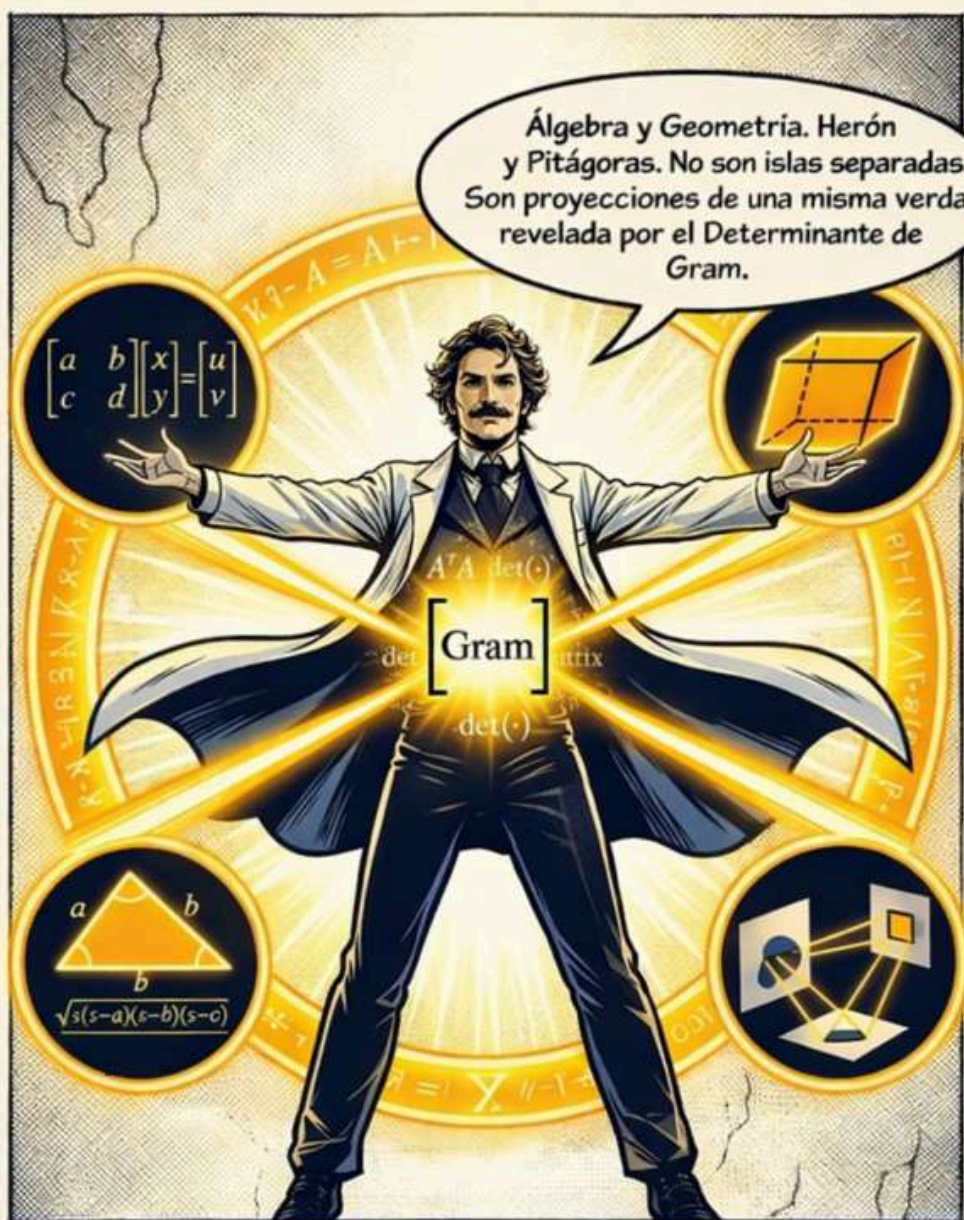
es un caso particular de la **fórmula de Cauchy-Binet**, establecida a comienzos del siglo XIX por *Jacques Binet* y *Augustin-Louis Cauchy*. Dicha fórmula expresa el determinante de un producto de matrices rectangulares en función de los menores de esas matrices y constituye una de las identidades fundamentales del álgebra lineal ([Cauchy-Binet](#)).

Al aplicar esta identidad al producto AA^t , aparece aquí la matriz formada por los productos escalares entre los vectores fila de A , o matriz de Gram ([Gram matrix](#)).

A lo largo del siglo XIX, el determinante de esta matriz —*el determinante de Gram*— adquirió una interpretación geométrica clara: representa el cuadrado del elemento de volumen del paralelepípedo generado por un conjunto de vectores en \mathbb{R}^n . Esta lectura conecta la identidad algebraica con problemas clásicos de medida, independencia lineal y geometría métrica ([MacTutor – J. P. Gram](#)).

Desde este punto de vista, la fórmula de Cauchy–Binet proporciona un marco unificador en el que el teorema de Pitágoras y la fórmula de Herón aparecen como casos particulares de una misma estructura algebraica y geométrica. La expresión del área o del volumen únicamente en función de longitudes se generaliza en dimensión arbitraria mediante determinantes, en particular a través del determinante de Cayley–Menger ([Cayley–Menger](#)).

1. **Geometría del determinante:** apunte con escenas y explicaciones sobre el determinante y volumen en espacios de dimensión arbitraria. [Determinantes.pdf](#).
2. **Demostración de la fórmula de Cauchy–Binet** (enlace general con prueba esquemática): definición, expresión y una demostración básica de la fórmula. [Wikipedia: Fórmula de Cauchy–Binet](#)
3. **Detailed proof of the Cauchy–Binet formula** (algebraic proof in PDF form): provides a formal demonstration of the formula using multilinear algebra. [The Cauchy–Binet formula \(academic PDF\)](#).
4. **La unidad didáctica de UNAM**, que sirve como base del contenido de este artículo: escenas interactivas, visualizaciones y explicaciones sobre volumen en \mathbb{R}^n . [UNAM – Volumen en \$\mathbb{R}^n\$](#)
5. **ProofWiki: Cauchy–Binet Formula**, en inglés, con enunciados y variantes formales de la fórmula. [ProofWiki – Cauchy–Binet Formula](#)
6. **PlanetMath: Cauchy–Binet formula**, explicación matemática de la identidad enunciada de forma canónica. [PlanetMath – Cauchy–Binet formula](#)
7. **Otras referencias académicas** (libros clásicos de álgebra lineal donde aparece la fórmula de Cauchy–Binet): por ejemplo *Shafarevich & Remizov, Linear Algebra and Geometry*, §2.9 y §10.5.



Álgebra y Geometría. Herón y Pitágoras. No son islas separadas. Son proyecciones de una misma verdad revelada por el Determinante de Gram.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$A^T A \det(\cdot)$
 \det **[Gram]** $\det(\cdot)$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \cos C$$
$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



La fórmula de Cauchy-Binet proporciona el marco unificador.

Juegos AJDA vs juegos realizados con IA

Jesús M. Muñoz Calle

Los juegos didácticos del Proyecto AJDA comenzaron a diseñarse en 2008, utilizando una herramienta de Descartes que, en aquel entonces, era mucho menos avanzada que la actual. Esto ocurrió muchos años antes de la irrupción de las inteligencias artificiales generativas. A lo largo del tiempo, los juegos AJDA se han ido perfeccionando, evolucionando en estética y jugabilidad al mismo ritmo que la aplicación Descartes. En 2024, se implementaron versiones de algunos juegos previamente desarrollados en AJDA, esta vez con el apoyo de herramientas basadas en inteligencia artificial. Este artículo tiene como objetivo presentar una comparación entre los juegos creados originalmente con Descartes y aquellos obtenidos mediante el uso de inteligencia artificial.

En esta presentación utilizaremos como ejemplos comparativos los tres primeros juegos didácticos AJDA en su versión actual, todos inspirados en concursos de televisión: *50x15: ¿Quién quiere ser millonario?*, *Pasapalabra* y *El Reto*. Estos juegos han sido desarrollados en ambas versiones.

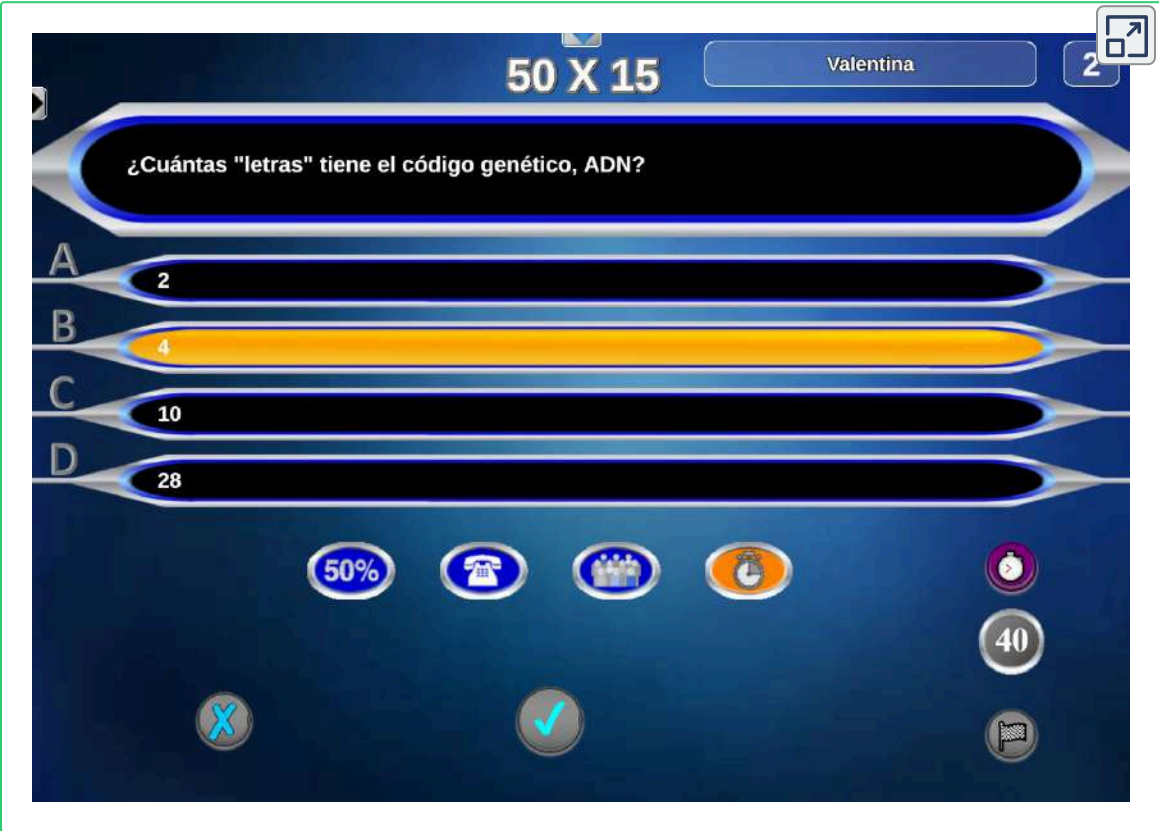
Entre las similitudes, cabe destacar que la programación en ambos casos se realiza en HTML5. Sin embargo, los juegos de AJDA incluyen la particularidad de incorporar el intérprete o la librería de Descartes, `descartes-min.js`.

La mecánica que seguiremos será la siguiente:

1. **Presentación de las versiones.** Comenzaremos mostrando ambas versiones de los juegos didácticos mencionados. Como complemento visual, incluiremos las carátulas de cada una. La primera ha sido creada de forma "clásica", utilizando programas y herramientas de diseño gráfico, mientras que la segunda se ha desarrollado empleando inteligencias artificiales generativas de imágenes. Este enfoque permitirá ofrecer una comparación gráfica, visual y funcional, de modo que el lector también pueda evaluar ambos resultados y formarse su propia opinión.
2. **Análisis de ventajas.** A continuación, destacaremos las principales ventajas que ofrece cada versión, resaltando sus puntos fuertes en distintos aspectos.
3. **Comparativa directa.** Seguidamente, realizaremos una comparación entre ambas versiones, identificando similitudes, diferencias y aspectos clave que ayuden a visualizar ambas opciones de la forma más clara posible.
4. **Conclusiones.** Por último, presentaremos un apartado de conclusiones donde sintetizaremos los hallazgos más relevantes y ofreceremos una visión general sobre las fortalezas y limitaciones de cada enfoque.



DescartesJS vs IA. 50x15





¿Quién quiere ser millonario?

¿Cuál es la capital de Francia?

A Londres

B Berlín

C París

D Madrid

50:50

Llamar

Público

Puntuación: €0

€1,000,000

€500,000

€250,000

€125,000

€64,000

€32,000

€16,000

€8,000

€4,000

€2,000

€1,000

€500

€300

€200

€100

€0

DescartesJS vs IA. *Pasapalabra*



Julieta

PASAPALABRA

V

U

T

S

R

Q

P

O

Ñ

N

M

L

J

I

H

G

F

E

D

C

B

A

Z

Y

X

EMPIEZA POR LA V

ESPACIO TRIDIMENSIONAL
OCUPADO POR UN CUERPO

SOLUCIÓN: VOLUMEN

Vacío

Confirmar

Continuar

Letra V

13

29



Empieza por A: Ave que aparece en el escudo de Estados Unidos.

Responder

Pasapalabra

DescartesJS vs IA. El reto



RAD

MAS

SEG

MOV

ESC

MEN

PES

EL RETO

Consuelo

MASA

42

00

Confirmar

Borrar

PASAR

CANTIDAD DE MATERIA QUE TIENE UN CUERPO



Aciertos: 0

Fallos: 0

Tiempo: 68s

GLO

PAN

CAR

HEL

SOL

MAR

LUN

**Definición: Relacionado con
el sol o la energía
proveniente del sol.**

Escribe tu respuesta aquí

Responder

Pasar

Ventajas de las versiones "clásicas" de los juegos AJDA

Destacamos algunas de las principales ventajas de los juegos AJDA desarrollados sin el concurso de inteligencias artificiales:

- Ofrecen diversas modalidades de juego: una en la que las preguntas se realizan de manera oral y son verificadas por el presentador, otra en la que los contenidos se cargan a través de ficheros de preguntas previamente creados y almacenados y en algunos juegos se incluyen modalidades adicionales para mayor versatilidad.
- Los ficheros de preguntas son compatibles entre diferentes juegos AJDA que utilizan el mismo formato, lo que fomenta su reutilización.
- Los contenidos de las preguntas son completamente personalizables y creados por el autor, permitiendo también ajustar el nivel de dificultad de manera precisa. Además, se cuenta con una aplicación dotada de una interfaz intuitiva para la creación y edición de preguntas específicas para los juegos AJDA.
- Existe un repositorio abierto de preguntas, lo que facilita la reutilización de contenidos por parte de otros usuarios.
- La barra de menú desplegable en la parte superior proporciona múltiples opciones de configuración, como selección de idioma, guardado y reanudación de partidas, control de tiempo, almacenamiento de resultados, ajuste del tamaño de pantalla, entre otras funcionalidades.
- El diseño de los juegos ha sido realizado con especial atención a los detalles. Por ejemplo, la interfaz ha sido mejorada para optimizar la jugabilidad, e incluye funciones como la visualización de marcadores, la integración del factor tiempo y la personalización de estilos de controles, tipografías y fondos.

Ventajas de las versiones creadas con ayuda de inteligencia artificial

A continuación, destacamos las principales ventajas de desarrollar versiones del juego mediante el uso de inteligencias artificiales generativas:

- Permite crear juegos sin necesidad de tener conocimientos de lenguajes de programación, generalizando el desarrollo de contenidos interactivos.
- Facilita la generación rápida de juegos y la implementación de modificaciones, reduciendo significativamente los tiempos de desarrollo.
- Ofrece la posibilidad de generar preguntas, escenarios y otros contenidos de forma automática, adaptándose a las necesidades específicas del juego.
- Aprovecha los avances acelerados en el desarrollo de inteligencias artificiales, incrementando constantemente el potencial para mejorar los resultados obtenidos y optimizar la experiencia del usuario.
- Permite introducir una amplia variedad de efectos mediante programación automática o la utilización de bibliotecas preconfiguradas, mejorando la calidad visual y auditiva del juego.
- Facilita la creación de múltiples versiones o expansiones del juego con menos esfuerzo, aprovechando modelos generativos para replicar y adaptar estructuras ya creadas.
- Al automatizar múltiples etapas del proceso creativo y técnico, se disminuyen los esfuerzos y costos asociados al desarrollo, permitiendo acceder a recursos más económicos para proyectos ambiciosos.

Comparativa entre versiones "clásicas" y versiones creadas con inteligencia artificial

En este apartado presentamos una comparación de ambos tipos de versiones considerando diversos factores:

- **Accesibilidad técnica.** Las versiones "clásicas" requieren conocimientos técnicos y habilidades específicas para desarrollar y personalizar los contenidos, lo que limita su accesibilidad a un público más especializado. Por otro lado, las versiones con IA eliminan esta barrera al permitir que cualquier usuario, incluso sin experiencia en programación, pueda crear y personalizar juegos de forma sencilla.
- **Velocidad de desarrollo.** El desarrollo en las versiones "clásicas" puede ser más lento debido a la necesidad de intervención manual en cada etapa, desde la creación hasta las modificaciones. En cambio, las versiones con IA destacan por su rapidez, ya que automatizan muchos procesos, reduciendo significativamente los tiempos de creación y ajuste.
- **Control y personalización.** Mientras que las versiones "clásicas" ofrecen un control completo sobre cada detalle, permitiendo una personalización exhaustiva y ajustada a necesidades específicas, las versiones con IA tienden a limitar esta precisión. Aunque pueden personalizarse en cierta medida, dependen de las capacidades y algoritmos de la IA utilizada y de la capacidad del usuario para transmitir a la IA el resultado que desea obtener.
- **Compatibilidad.** Las versiones "clásicas" emplean formatos estándar que garantizan la compatibilidad y reutilización de contenidos entre diferentes juegos AJDA. Por su parte, las versiones con IA pueden generar formatos específicos que, en algunos casos, dificultan su integración o interoperabilidad con otros sistemas.

- **Calidad del contenido.** En las versiones "clásicas", el contenido es cuidadosamente diseñado y ajustado manualmente, asegurando una calidad superior y adecuada al público objetivo. En contraste, las versiones con IA generan contenido automáticamente, lo que puede ser útil para ahorrar tiempo, aunque podría variar en calidad y relevancia dependiendo del modelo utilizado.
- **Repositorios y reutilización.** Los juegos "clásicos" AJDA cuentan con un repositorio abierto y estructurado, que permiten compartir y reutilizar preguntas y contenidos entre usuarios de forma colaborativa. Las versiones con IA también pueden generar o integrar repositorios, pero su contenido puede carecer de la supervisión manual que garantiza calidad y coherencia.
- **Efectos visuales y sonoros.** La incorporación de efectos en las versiones "clásicas" requiere programación manual, lo que puede ser más laborioso y consumir tiempo. Por el contrario, las versiones con IA facilitan este proceso al permitir la inclusión de efectos visuales y sonoros de forma automática, utilizando librerías preconfiguradas.
- **Escalabilidad.** En las versiones "clásicas", expandir o adaptar juegos implica un esfuerzo significativo, ya que requiere intervención manual. Las versiones con IA destacan por su escalabilidad, permitiendo la creación de expansiones o nuevas versiones con menor esfuerzo y tiempo, aunque también necesitan de una adecuada intervención humana.
- **Costos de desarrollo.** Los costos de las versiones "clásicas" tienden a ser mayores, ya que dependen de tiempo y conocimientos técnicos especializados. Las versiones con IA, al automatizar varias etapas del proceso creativo y técnico, reducen significativamente los costos, especialmente en proyectos de mayor envergadura.

- **Evolución tecnológica.** Las versiones "clásicas" avanzan en función de las actualizaciones manuales y la disponibilidad de recursos humanos, lo que puede limitar su evolución. Por otro lado, las versiones con IA se benefician directamente de los avances en inteligencia artificial, mejorando continuamente su potencial y resultados.
- **Interactividad y jugabilidad.** En las versiones "clásicas", las interacciones y la jugabilidad son diseñadas artesanalmente, lo que permite ofrecer experiencias únicas y detalladas. Las versiones con IA, aunque proporcionan interacciones dinámicas y adaptativas, pueden no alcanzar el mismo nivel de detalle en comparación con un diseño manual.

Conclusiones

Las versiones "clásicas" y las creadas con ayuda de inteligencia artificial presentan ventajas y desventajas que responden a diferentes necesidades y contextos de desarrollo.

Por un lado, las versiones "clásicas" destacan por su control total sobre el diseño y la personalización, permitiendo ajustar cada detalle del contenido y la jugabilidad a medida. Este enfoque es ideal cuando la calidad artesanal y la coherencia del contenido son prioritarias. Sin embargo, requieren un mayor nivel de conocimientos técnicos, tiempo y recursos, lo que puede hacerlas menos accesibles para quienes no cuentan con estas capacidades.

Por otro lado, las versiones creadas con inteligencia artificial ofrecen una alternativa eficiente y accesible, que permite desarrollar juegos rápidamente y con menor esfuerzo técnico. Este enfoque es especialmente útil para proyectos que necesitan adaptarse a diferentes formatos, generar contenido dinámico o aprovechar recursos limitados.

No obstante, la automatización puede reducir la precisión y personalización del contenido, dependiendo en gran medida de las capacidades de la IA empleada y de la capacidad de la persona para transmitir adecuadamente las instrucciones.

En resumen, las versiones "clásicas" son más adecuadas para proyectos que buscan un alto grado de control y detalle, mientras que las versiones con IA son la mejor opción para aquellos que priorizan la rapidez, la escalabilidad y la accesibilidad. La elección dependerá de las prioridades, los objetivos y los recursos del proyecto. No obstante, es cierto que, actualmente, con la utilización de IA se pueden diseñar juegos complejos y que cumplan con las características que desea el diseñador, lo que suele llevar aparejado la utilización de un proceso iterativo y con una buena *ingeniería de prompt*. Sin embargo, con el avance de la inteligencia artificial, es posible que en el futuro veamos sistemas híbridos que combinen lo mejor de ambos enfoques.



Un poco sobre colores y su uso en DescartesJS

Joel Espinosa Longi

Los seres humanos vemos el color por medio de células fotosensibles, llamadas **conos**, ubicadas en la retina de nuestros ojos. En particular contamos con tres tipos de conos, cada uno sensible a una longitud de onda de luz diferente, específicamente uno para el **rojo**, uno para el **verde** y otro para el **azul**. Debido a esto las pantallas están diseñadas para engañar a nuestros ojos, al utilizar pequeñas unidades de información visual llamadas píxeles, los cuales al emitir luz roja, verde y azul en diferentes intensidades, estimulan nuestros conos y así percibimos los diversos colores que se presentan en una pantalla.

A esta forma de describir los colores se le conoce como el **modelo RGB** (**R**ed, **G**reen y **B**lue), y es ampliamente utilizado para almacenar y representar colores dentro de una computadora. Bajo este modelo hay dos maneras principales para representar la intensidad de cada componente del color.

Una forma es por medio de tres números enteros con valores que van del 0 al 255, usualmente almacenados en hexadecimal. Por ejemplo, el color **ed37ad** significa que tenemos una intensidad de **ed** (237 en decimal) para el rojo, **37** (55 en decimal) para el verde, y **ad** (173 en decimal) para el azul; lo que representa un color rosado.



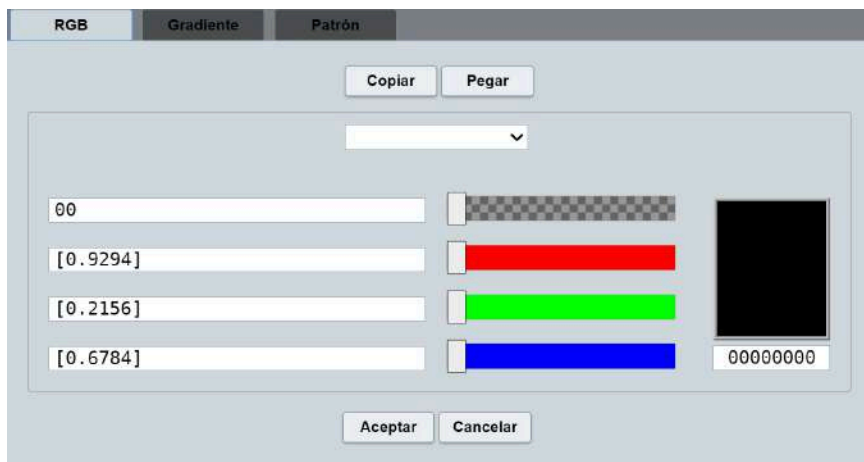
La otra forma es por medio de valores decimales normalizados, es decir, valores en el intervalo $[0, 1]$ para cada componente del color. Por ejemplo para representar el color anterior (**ed37ad**) tendríamos **0.9294** ($237/255$) para el rojo, **0.2156** ($55/255$) para el verde, y **0.6784** ($173/255$) para el azul.

Con estas representaciones, es posible utilizar en una pantalla un total de 16777216 colores diferentes, es decir, $256 \times 256 \times 256$.

En DescartesJS es posible utilizar ambos tipos de representaciones para un color, teniendo la representación hexadecimal para colores que se especifican directamente y que no cambian.

The image shows a color selection dialog box with the 'RGB' tab selected. It features a dropdown menu at the top, followed by 'Copiar' and 'Pegar' buttons. Below these are four input fields for hex values: '00', 'ed', '37', and 'ad'. To the right of these fields are three sliders for red, green, and blue, each with a corresponding color bar. A preview window on the right shows the resulting magenta color. At the bottom are 'Aceptar' and 'Cancelar' buttons. The hex value 'ed37ad00' is displayed next to the preview window.

Mientras que la representación decimal se utiliza cuando las componentes de un color se especifican por medio de expresiones entre corchetes.



El modelo de color RGB es el lenguaje que utilizan las máquinas para almacenar y representar colores, pero existen otros modelos que se utilizan para facilitar a las personas la definición y especificación de colores.

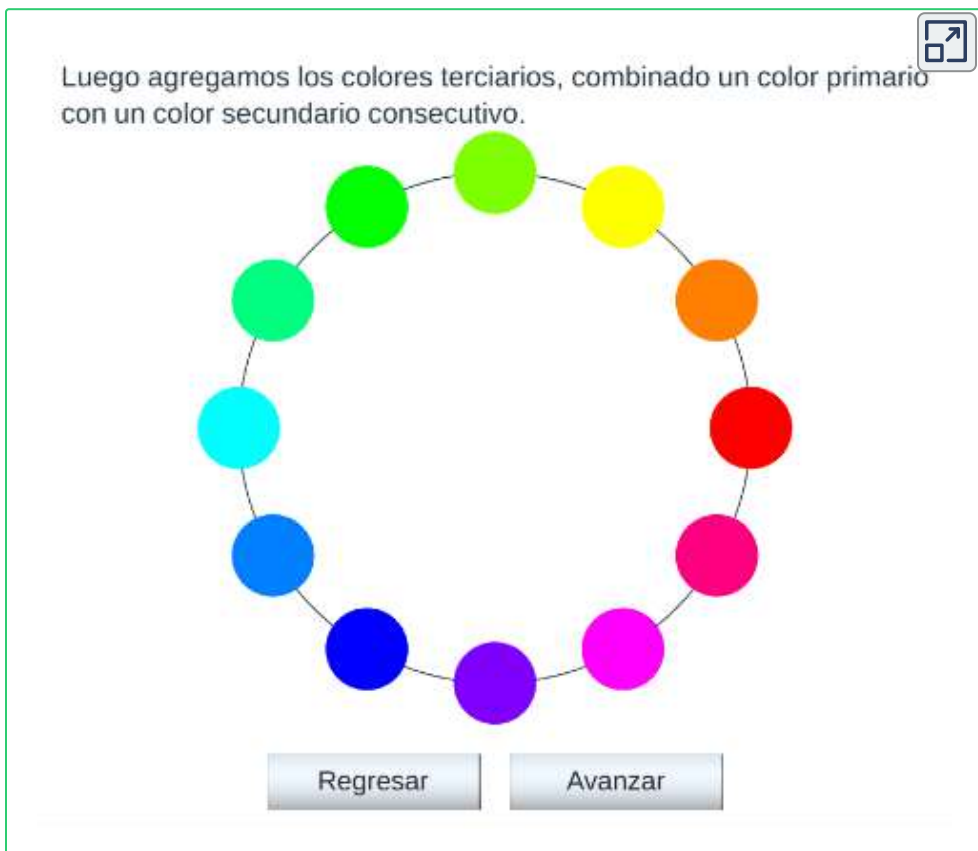
El **modelo HSV** o perceptual, es uno de estos modelos, y en lugar de definir la cantidad de rojo, verde y azul que conforma un color, se utilizan conceptos más intuitivos para su especificación.

- La **H** corresponde a la tonalidad (*hue*) que es el color en sí, se suele medir en grados de 0° a 360° pensando en una posición sobre el círculo cromático.
- La **S** corresponde a la saturación (*saturation*) e indica que tan vivo o grisáceo es el color, haciendo una asociación con las pinturas con acuarelas podemos pensar que la saturación es qué tan diluido en agua se encuentra el pigmento. Este valor se representa como un porcentaje (en ocasiones normalizado), donde valores cercanos al 0 son más grises (menos saturados de color) mientras que valores cercanos al 100% son más coloridos o llenos de color.
- La **V** corresponde al valor (*value*) usualmente asociado

con el brillo, es decir, que tan claro u oscuro es el color. Este valor también se representa como un porcentaje que indica que tan cerca del negro (0) o del blanco (100%) se encuentra el color.

El color rosado que hemos presentado de ejemplo, en el modelo HSV se encuentra representado por $(321^\circ, 78\%, 93\%)$ o si se normalizan los porcentajes $(321, 0.78, 0.93)$. Este modelo de color es ampliamente utilizado en aplicaciones gráficas como Photoshop, Gimp, entre otros, ya que facilita a los artistas la selección y especificación de colores.

Para entender como se especifica la tonalidad en el modelo HSV, veamos cómo se construye el círculo cromático RGB.

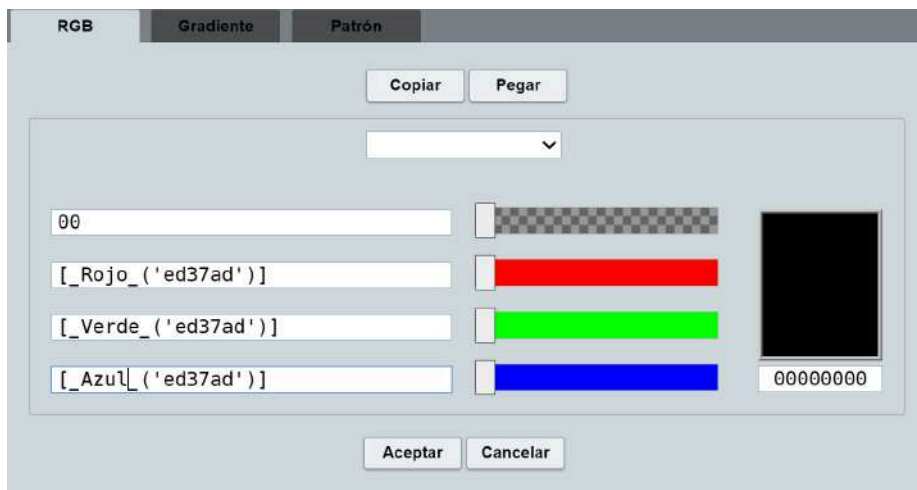


Como se puede observar en el interactivo anterior, el círculo cromático RGB se construye por la combinación de colores consecutivos, iniciando con los colores primarios: rojo, verde y azul. Luego los secundarios: amarillo = rojo + verde, cian = verde + azul, y magenta = azul + rojo. Después los terciarios: naranja = rojo + amarillo, lima = verde + amarillo, turquesa = verde + cian, azul cielo = azul + cian, violeta = azul + magenta, y rosa = rojo + magenta. Y así sucesivamente hasta cubrir todo el círculo.

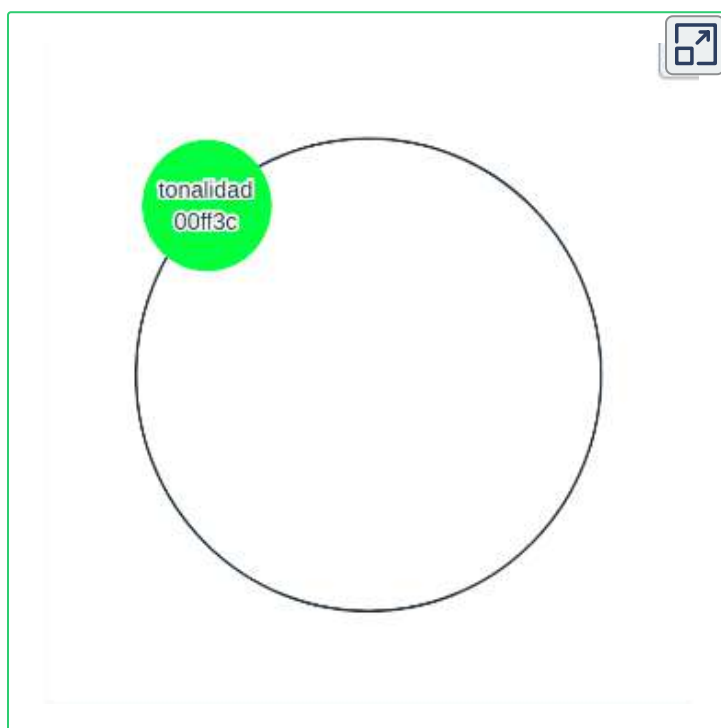
En DescartesJS existe la función `HSV2RGB(hue,saturation,value)` que permite construir la representación en RGB de un color especificado en el modelo HSV, es decir, si usamos la función de la siguiente manera `HSV2RGB(321,0.78,0.93)` obtenemos la cadena `ed37ad` que corresponde al color rosado que hemos visto en el ejemplo inicial.

Es importante remarcar que el valor que devuelve la función es una cadena, por lo que no se puede usar directamente como el color de algún elemento de una escena de DescartesJS. Para ello, también existen un conjunto de funciones que permite convertir una cadena que representa un color en hexadecimal a su representación decimal.

Estas funciones son `_Rojo(color)`, `_Verde(color)` y `_Azul(color)`, las cuales devuelven el componente rojo, verde y azul, respectivamente. Por ejemplo, `_Rojo('ed37ad')` devuelve el valor `0.9294117647058824`, `_Verde('ed37ad')` devuelve `0.21568627450980393` y `_Azul('ed37ad')` devuelve `0.6784313725490196`. Y justamente estos valores son los que podemos utilizar como un color de algún elemento de una escena de DescartesJS.



La combinación de estas funciones permite crear efectos interesantes, animando por ejemplo el cambio del ángulo utilizado para construir el color (`color=HSV2RGB(t*180/pi,1,1)`), como se observa en el siguiente interactivo.



O cambiando la saturación o el valor.





Los colores y su uso en DescartesJS

Descubrimos las fórmulas de Cardano-Vieta

José Antonio Salgueiro González

Introducción

En este artículo mostramos un **proyecto de investigación matemática** guiado, donde el alumnado, preferentemente organizado en equipos de colaboración, orientado y asesorado por el profesorado, sea protagonista en un proceso de aprendizaje por descubrimiento y conozca las técnicas y herramientas básicas para investigar en ciencias matemáticas.

Está dirigido al alumnado de educación secundaria, a partir de los 15 o 16 años, edad en la que se recogen estos contenidos en el currículo oficial.

Las fórmulas de Cardano-Vieta




Se atribuyen a los matemáticos del Renacimiento [Gerolamo Cardano](#), italiano, y a [François Viète](#), francés, estas fórmulas de gran interés para ecuaciones polinómicas en general, aunque proponemos una investigación para descubrir las asociadas a las ecuaciones cuadráticas.



INVESTIGAMOS

Como las soluciones de una ecuación de segundo grado se obtienen a partir de sus coeficientes, ¿habrá alguna relación entre soluciones y coeficientes?

Seguidamente presentamos la línea de investigación que nos llevará, aplicando el método científico en matemáticas, a seguir el camino y, "Apoyándonos en hombros de gigantes", descubrir una ínfima parte de lo conseguido por estos dos grandes matemáticos de su época, pero usando la simbología matemática actual. Para ello, es de suma importancia seguir la secuencia establecida.

-  En primer lugar, conoceremos algunas técnicas de experimentación en el **Laboratorio de Matemáticas**, buscando indicios que nos dirijan a sacar conclusiones, plantear hipótesis, validarlas, generalizar e intentar demostrarlas.
-  Conoceremos y aprenderemos, siempre para la edad de secundaria, procesos de investigación matemática y conceptos como **contraejemplo, conjetura, teorema, demostración, ...**
-  Mostraremos la importancia de los lenguajes de programación para realizar, de forma automática, una ingente cantidad de experimentos en el laboratorio de matemáticas.

Todo, por supuesto, con la posibilidad de realizar, corregir y

comprobar, paso a paso, cuantos ejercicios sean necesarios para ir comprendiendo y aprendiendo.

A continuación, presentamos el interactivo INVESTIGAMOS compuesto de cinco secciones encaminadas a plantear la línea de investigación secuenciada para un aprendizaje por descubrimiento que, por supuesto, será presentada por el profesor o profesora, que actúa como director de este proyecto de investigación en matemáticas.



Recurso interactivo



INVESTIGAMOS

Selecciona la opción desde el menú desplegable de la zona superior. Recomendamos seguir, en todo momento, la secuenciación en la que aparecen las distintas secciones.

La primera indicación que debemos dar a nuestro alumnado para aprender matemáticas usando recursos interactivos es tener preparados sobre la mesa de trabajo, **lápiz, papel y calculadora científica**. ¡A investigar!

Finalizada la investigación, es conveniente que cada equipo de trabajo lleve a cabo una puesta en común con sus resultados y conclusiones, anotando en sus cuadernos de aula qué han aprendido. Seguidamente, podemos abrir un pequeño debate matemático en clase para intercambiar y compartir los descubrimientos y que el director o directora de la investigación aclare las posibles dudas y siente las bases para continuar avanzando.

Aplicaciones de nuestro descubrimiento



APLICAMOS

La ecuación de segundo grado $2x^2 - 11x + 13 = 0$ tiene dos soluciones reales distintas, x_1 y x_2 . Sin resolverla, debemos calcular el valor de las siguientes expresiones usando las fórmulas de Cardano-Vieta:

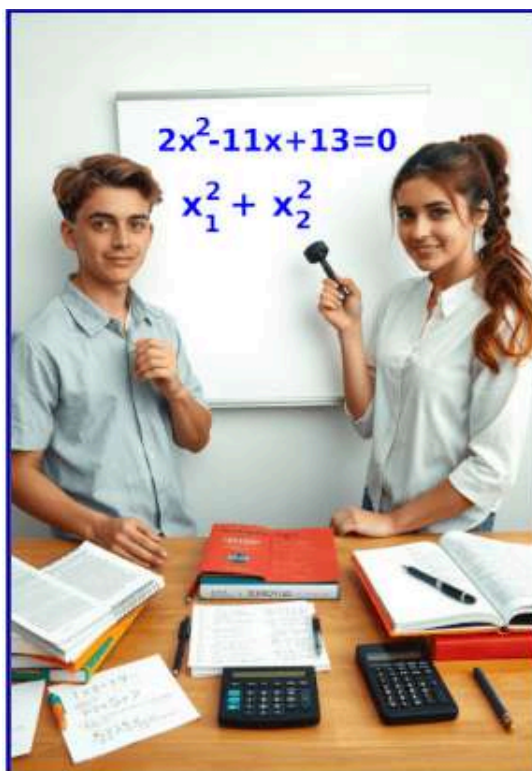
1. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
2. $x_1^2 + x_2^2$
3. $x_2x_1^2 + x_1x_2^2$
4. $x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2$
5. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

En el interactivo mostramos diversas **estrategias** para afrontar esta aplicación de las fórmulas de Cardano-Vieta, entre ellas:

- Realizar la operación indicada.
- Relacionar la suma de cuadrados con el cuadrado de una suma.
- Sacar factor común.



Recurso interactivo



EJEMPLO

La ecuación de segundo grado:

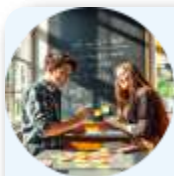
$$2x^2 - 11x + 13 = 0$$

tiene dos soluciones reales distintas, x_1 y x_2 .

Sin resolverla, debemos calcular el valor de las siguientes expresiones usando las fórmulas de Cardano-Vieta.

- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- 2) $x_1^2 + x_2^2$
- 3) $x_2 \cdot x_1^2 + x_1 \cdot x_2^2$
- 4) $x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2$
- 5) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$





HACEMOS

En la siguiente escena presentamos una propuesta de ejercicios para practicar.

Necesario disponer de bolígrafo y papel, aconsejable respetar la secuencia y compartir el aprendizaje entre iguales.



Recurso interactivo



EJERCICIOS

Selecciona el ejercicio desde el menú desplegable de la zona superior. Recomendamos realizarlos siguiendo la secuenciación en la que aparecen.



PENSAMOS

Si conocemos las soluciones de una ecuación de segundo grado, ¿podremos averiguar cuál es esa ecuación?




Recurso interactivo



INVESTIGAMOS

Selecciona la opción desde el menú desplegable de la zona superior. Recomendamos seguir, en todo momento, la secuenciación en la que aparecen las distintas secciones.

En la escena interactiva de la página anterior hemos dado respuesta a la pregunta formulada desde una doble vertiente:

 Obtención de la ecuación cuadrática.

 Expresión de la ecuación factorizada.

Cada vertiente va acompañada de una serie de ejemplos con soluciones o raíces de distintos campos numéricos.

¿Se conocieron Cardano y Vieta?

Aunque Cardano y Vieta fueron relativamente coetáneos, la época en la que vivieron no habría facilitado un encuentro personal entre ambos que les permitiera compartir y cotejar sus descubrimientos, como ocurre en la actualidad con los equipos de investigadores. De hecho, no existe constancia de que tal encuentro se hubiera producido.

No obstante, hemos usado [Gemini](#), la IA de Google, para que nos proporcione argumentos razonados que avalen lo que la historia de las matemáticas parece confirmar, y lo compartimos en las páginas siguientes.

¿Te gustaría que se hubiesen encontrado? ¿Cuáles podrían haber sido sus conversaciones?

Siempre, y en cualquier época, podríamos usar la ficción para hacerlo posible. Pero, además hoy, también hemos recurrido a la Inteligencia Artificial para pedirle que nos facilite en modo cómic ese encuentro, y también lo hemos compartido en las siguientes páginas.



Es una pregunta fascinante para cualquier amante de la historia de la matemática. La respuesta corta es **no, nunca se conocieron en persona**, y las razones son principalmente cronológicas y geográficas. Aquí te detallo por qué su encuentro fue imposible:

1. La brecha generacional

Girolamo Cardano y François Viète (conocido como Vieta) pertenecieron a generaciones distintas del siglo XVI.

a) **Girolamo Cardano**: (1501–1576). Fue un polímata italiano, figura central del Renacimiento temprano y medio.

b) **François Viète**: (1540–1603). Fue un matemático francés que desarrolló su obra principal cuando Cardano ya estaba en sus últimos años de vida o ya había fallecido.

Cuando Vieta comenzó a realizar sus contribuciones más significativas al álgebra (su famosa *In artem analyticem isagoge* se publicó en 1591), Cardano ya llevaba **15 años muerto**.

2. Geografía y contextos distintos

Incluso si sus vidas hubieran coincidido más en el tiempo, un encuentro habría sido difícil:

a) **Cardano** desarrolló su carrera principalmente en **Italia** (Milán, Pavía y Roma), envuelto en la efervescencia de las universidades italianas y, al final de su vida, en problemas con la Inquisición.



b) **Vieta** vivió en **Francia**, donde servía como consejero real y criptógrafo para los reyes Carlos IX, Enrique III y Enrique IV. Su vida estaba ligada a la corte francesa, no al mundo académico itinerante.

3. Su conexión fue puramente intelectual

Aunque no se estrecharon la mano, Vieta conocía perfectamente el trabajo de Cardano. La relación entre ambos fue la de **precursor y sucesor**:

a) **El legado de Cardano**: En su obra *Ars Magna* (1545), Cardano publicó los métodos para resolver ecuaciones de tercer y cuarto grado. Fue un libro revolucionario que Vieta estudió a fondo.

b) **La crítica de Vieta**: Vieta admiraba el trabajo de los italianos, pero criticaba que su álgebra era todavía muy "geométrica" y dependiente de casos específicos. Vieta dio el siguiente gran paso: **introdujo el uso de letras para representar variables y parámetros** (el álgebra simbólica), lo que permitió generalizar las soluciones que Cardano había descubierto.

En definitiva, Vieta construyó su "Logística Especiosa" (su método algebraico) sobre los cimientos que Cardano y otros matemáticos italianos habían dejado, transformando los hallazgos de Cardano en el lenguaje matemático que usamos hoy.



Entre coeficientes y raíces: Cardano y Vieta





Raíces y Coeficientes: Un Encuentro Matemático



Cardano: ¡Saludos, Viète! Hablemos de ecuaciones cuadráticas. Viète: Con gusto, Cardano.

Personaliza tus presentaciones en NotebookLM

Juan Guillermo Rivera Berrío

Introducción

¿Alguna vez has deseado que tus presentaciones con [NotebookLM](#) fueran visualmente diferentes a los formatos establecidos por la herramienta, pero has sentido que te falta tiempo o habilidades de generar tu diseño? La buena noticia es que, gracias a la combinación de inteligencia artificial (IA) y algunas herramientas creativas, hoy es más fácil que nunca crear diapositivas con el acabado de tus preferencias.

En un reciente tutorial, exploramos cómo utilizar NotebookLM, una herramienta de IA, en conjunto con sitios como Slidesgo o Canva, para automatizar la creación de presentaciones personalizadas. Aquí te explicamos el paso a paso.

Elige tu estilo

El primer paso es buscar la inspiración. Sitios como Slidesgo o Canva ofrecen un vasto catálogo de plantillas gratuitas y premium. La clave es encontrar una que se ajuste al tono de tu presentación, ya sea formal, educativo o creativo. Una vez que encuentres la que te guste, simplemente guarda las diapositivas como imágenes (formato JPG o PNG).



Figura 1. Pantalla de inicio de Slidesgo

Prepara tus archivos

Una vez que tengas tus diapositivas favoritas, el siguiente reto es convertirlas en un formato que NotebookLM pueda "entender" como guía visual. Tienes dos opciones principales:

Herramientas en línea: Utiliza conversores como [iLovePDF](#) para transformar tu conjunto de imágenes en un único archivo PDF.

Soluciones propias: En la Red Educativa Digital Descartes, puedes usar herramientas especializadas para subir los archivos y generar el PDF de forma rápida y sencilla, tal como se muestra en el siguiente objeto interactivo:



Convertidor de imágenes a PDF

Herramienta sencilla para convertir múltiples imágenes (JPG, PNG, WEBP) en un único archivo PDF. Las imágenes se ajustan automáticamente al tamaño de página.

Selecciona imágenes (formatos: JPG, PNG, WEBP):

Elegir archivos

Ningún archivo seleccionado

Tamaño del PDF (orientación y preset):

A4 — Vertical



Generar y
Descargar PDF

Nota: videos y archivos HTML no se incorporan en el PDF; se ignorarán.

Diseñado por Juan Guillermo Rivera Berrio

Integra la IA: El toque final

Aquí es donde ocurre la magia. Al subir tus documentos (el PDF de tu plantilla y tus fuentes de información) a NotebookLM, la IA analizará ambos elementos.

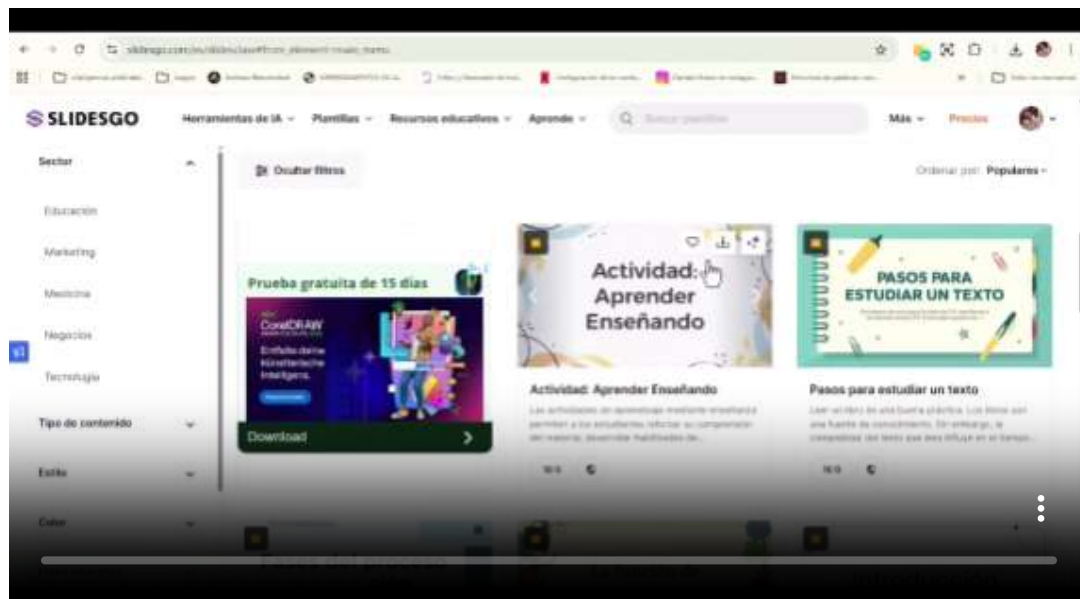
El secreto está en un "prompt" (instrucción) sencillo pero efectivo:

"Elabora la presentación correspondiente a las fuentes seleccionadas. Para el diseño gráfico, utiliza como referencia la plantilla en PDF adjunta titulada '[nombre de tu archivo]'."

Con esta instrucción, NotebookLM no solo redactará el contenido basado en tu investigación, sino que aplicará el diseño y la estructura de tu plantilla elegida, creando un resultado coherente y estético.

Descripción paso a paso

En el siguiente video se describe paso a paso, con dos plantillas diferentes, la anterior explicación.



Video 1. Tutorial para crear presentaciones con NotebookLM y plantillas personalizadas.

¿Por qué este método cambia el juego?

Coherencia visual: Al usar una plantilla como referencia, aseguras que tu presentación mantenga un estilo unificado y profesional de principio a fin.

Versatilidad: Este proceso funciona para cualquier tema, desde temas complejos como Big Data o Nanobots hasta presentaciones de negocios o proyectos estudiantiles.

Ya no es necesario ser un experto en software de edición: basta con tener un buen material de base, una fuente de inspiración visual y la capacidad de guiar a la IA para que haga el trabajo duro por ti.





Las presentaciones anteriores fueron creadas en NotebookLM, usando plantillas de [Canva](#), de Slidesgo y Gamma en su orden. La segunda, por ejemplo, corresponde a la plantilla [Technology](#).

Inteligencia artificial generativa en las publicaciones científicas

Martín Saban

Introducción

La escritura científica o académica es un aspecto fundamental en la investigación y educación. Consiste en un método estructurado para expresar ideas que combinan argumentos basados en datos, razonamiento lógico y análisis de la información compleja, con un estilo de redacción formal, impersonal y uso de terminología académica o científica que puede resultar difícil de comprender. Por otra parte, los científicos, investigadores y académicos enfrentan una gran presión para producir y publicar regularmente los resultados de sus investigaciones, aunque implique el uso de prácticas que conducen al plagio, al fraude científico o a la fabricación de datos. En casos más extremos, esta presión da lugar a la producción de paper mills, es decir, la producción ilegal de manuscritos fraudulentos que se asemejan a una investigación genuina. En este contexto, en que la expresión publish or perish (publica o muere) se hace presente en la realidad académica, la inteligencia artificial (IA) generativa surge como una herramienta ideal para redactar manuscritos verosímiles en pocos minutos y evitar «perecer».

La IA, definida como la capacidad de una computadora para simular el aprendizaje y otras características

humanas, tuvo su origen en la conferencia de Dartmouth en 1956. Durante largos períodos, experimentó grandes avances de uso cotidiano, como el GPS o los motores de búsqueda, que han permitido delegar en las máquinas tareas como la orientación o la memoria. Sin embargo, en 2022, la aparición de la IA generativa puso en jaque una característica de la inteligencia humana que parecía irremplazable: la de razonar. En noviembre de ese año, OpenAI introdujo ChatGPT, un gran modelo de lenguaje preentrenado que no solo interpreta el lenguaje humano, sino que también lo genera. Estos modelos de lenguaje de gran escala (LLM, por sus siglas en inglés) tienen la capacidad de analizar grandes volúmenes de texto y, mediante diferentes algoritmos de aprendizaje profundo, predecir las siguientes palabras en una oración en función del contexto previo. En el caso de ChatGPT, se destaca porque puede comprender una instrucción y generar un contenido nuevo, completo y fluido basado en un lenguaje natural ([Martín Saban](#))¹.

A continuación, presentamos un reporte de investigación a partir del artículo de Saban, publicado en la revista *Argentinian Journal of Respiratory and Physical Therapy*, bajo licencia Creative Commons CC-BY-SA 4.0.

El contexto: publicar o desaparecer

En el mundo académico existe una presión constante por publicar resultados de investigación. Esta dinámica, conocida como “*publish or perish*” (publicar o morir), ha llevado a prácticas cuestionables como el plagio o incluso la fabricación de datos. En este escenario, la IA generativa aparece como una solución tentadora: producir textos académicos en cuestión de minutos, con una apariencia rigurosa y coherente.

¹ Saban M. AJRPT. 2025;7(1):p1-4 (<https://doi.org/10.58172/>).

¿Qué hace realmente la IA generativa?

Herramientas como ChatGPT pertenecen a una categoría conocida como modelos de lenguaje de gran escala (LLM). Estos sistemas no “piensan” en sentido humano, sino que analizan enormes cantidades de texto y predicen qué palabras deberían venir a continuación en una frase. El resultado: textos fluidos, bien estructurados y, en muchos casos, convincentes.

Un aliado en el proceso científico

Lejos de ser una amenaza absoluta, la IA generativa ofrece múltiples ventajas en la investigación:

- **Generación de ideas:** puede sugerir temas, detectar vacíos en la literatura o ayudar a formular preguntas de investigación.
- **Redacción inicial:** facilita la creación de borradores y la organización de secciones como introducción o metodología.
- **Revisión de literatura:** permite resumir artículos extensos y acelerar el análisis de información.
- **Edición y estilo:** mejora la claridad, el tono y la corrección gramatical de los textos.

En otras palabras, puede actuar como un asistente que optimiza tareas repetitivas y ahorra tiempo.

En la siguiente página, compartimos una herramienta que permite elaborar artículos académicos completos y estructurados a partir de un tema o pregunta de investigación. Algunos ejemplos obtenidos son: [Enigmas Científicos del Siglo XXI](#) y [IA generativas de imagen](#)



Escritor de artículos

Introduce un tema o pregunta de investigación y obtén un artículo académico estructurado con IA.

IA generativa en investigación

GPT 5.4 Nano ▾

1200

Generar Artículo

Artículo académico generado correctamente.

**IA generativa en investigación:
fundamentos, metodologías y
retos para la producción de
conocimiento**

El problema: lo verosímil no siempre es verdadero

Sin embargo, el principal riesgo de estas herramientas radica en su naturaleza: generan contenido plausible, pero no necesariamente correcto. Esto puede traducirse en:

- Citas inexistentes o incorrectas
- Errores conceptuales difíciles de detectar
- Falsa sensación de rigor científico

Además, su uso indiscriminado puede fomentar una escritura homogénea, donde los textos pierden originalidad y replican patrones lingüísticos repetitivos.

Dilemas éticos en la nueva era digital

La incorporación de IA en la ciencia plantea preguntas profundas:

- ¿Es válido usar IA sin declararlo?
- ¿Puede una máquina ser considerada autora de un artículo?
- ¿Qué ocurre con los datos sensibles introducidos en estas plataformas?

Muchas revistas científicas ya han establecido que la IA no puede ser autora, ya que no asume responsabilidad sobre el contenido. También se insiste en la transparencia: los investigadores deben declarar cuándo y cómo utilizan estas herramientas; por ejemplo, este reporte de investigación se realizó usando ChatGPT, pero usando como contexto el artículo original, lo que elimina posibles sesgos y alucinaciones.

El rol insustituible del investigador

Frente a este panorama, surge un concepto clave: *human in the loop* (el humano en el circuito). Esto significa que, aunque la IA pueda automatizar partes del proceso, el investigador sigue siendo responsable de:

- Validar la información
- Interpretar los resultados
- Tomar decisiones críticas
-
- Garantizar la integridad ética del trabajo

La IA no reemplaza el pensamiento científico; lo complementa.

¿Democratización o nueva brecha?

Otro aspecto relevante es el acceso. Aunque estas herramientas pueden facilitar la producción científica, su costo o disponibilidad puede ampliar la brecha entre investigadores de distintos contextos. La promesa de democratización del conocimiento podría verse limitada si no se garantiza un acceso equitativo.

Más allá de la IA generativa

Es importante recordar que no todo en la ciencia depende de estas tecnologías. Existen múltiples herramientas especializadas que continúan siendo fundamentales, como los gestores de referencias o los sistemas de búsqueda bibliográfica. La IA es solo una pieza más en un ecosistema amplio.

Una revolución que exige responsabilidad

La inteligencia artificial generativa está transformando la forma en que se produce conocimiento. Su potencial es enorme, pero también lo son sus riesgos. La clave no está en rechazarla ni en adoptarla sin cuestionamientos, sino en integrarla de manera crítica y responsable.

Al final, la pregunta no es si la IA puede escribir ciencia, sino **cómo los humanos decidimos usarla para construir conocimiento de manera ética, rigurosa e inclusiva.**



Figura 2. Representación del artículo por ChatGPT.

A continuación, hemos generado una presentación de diapositivas, que resumen este artículo.



Fundamentos de Ciberseguridad

Protegiendo el Entorno Digital Educativo



Diseñado por Juan Guillermo Rivera Berrio con tecnología Gemini 3 Pro

La inteligencia artificial al servicio de la educación: las nuevas herramientas de IA del Proyecto Descartes en 2026

Juan Guillermo Rivera Berrío

Introducción

La Red Educativa Digital Descartes lleva un poco más de un año construyendo un ecosistema de recursos educativos digitales al servicio de la educación. Su plataforma de herramientas de IA, que a principios de 2025 inicia con algunos modelos sencillos de generación de textos e imágenes, ha acelerado notablemente su ritmo de publicación en los primeros meses de 2026: entre febrero y abril se lanzaron 25 nuevas herramientas, diez de ellas gratuitas y orientadas a que docentes y estudiantes puedan crear material de calidad sin escribir una sola línea de código.

El patrón que define la colección de 2026

Lo primero que llama la atención al revisar el conjunto es la coherencia de fondo tecnológico. Casi todas las herramientas se apoyan en la API de [Pollinations AI](#), una plataforma que da acceso gratuito o con clave propia a modelos de imagen y lenguaje de última generación —Flux, Seedream, Nano Banana, GPT-5 Nano, Gemini 2.5 Flash, entre otros—. Eso explica que las aplicaciones funcionen completamente en el

navegador, sin instalaciones, y que buena parte de los resultados se puedan descargar como archivos HTML autónomos, listos para usar sin conexión a internet. Es una decisión de diseño que beneficia especialmente a contextos educativos con conectividad limitada.

Un segundo rasgo compartido es el énfasis en la **descarga y la portabilidad**. La mayoría de las herramientas no solo generan contenido: lo empaquetan. Presentaciones, cómics, cuestionarios, libros digitales y juegos de memoria salen como ficheros HTML que cualquier persona puede abrir en su teléfono o computadora semanas después de haberlos creado.

Un tercer rasgo, quizás el más llamativo de este año, es la proliferación de **versiones rediseñadas de herramientas anteriores**. Varias de las publicaciones de 2026 corresponden a herramientas con números de catálogo bajos —22, 24, 27, 31, 65, 72— que fueron creadas meses atrás pero que han sido actualizadas o rediseñadas para adaptarse a las nuevas APIs de Pollinations. Esta práctica de revisión continua, poco habitual en catálogos educativos de este tipo, refleja una cultura de mejora iterativa que distingue al proyecto.

Lo nuevo en creación de contenido visual

Cuatro de las herramientas más recientes —las números 128, 136, 137 y 138— apuntan al mismo problema: convertir imágenes y vídeos sueltos en presentaciones o composiciones coherentes, sin depender de PowerPoint ni de conexión constante. La versión 2 del Presentador inmediato (herramienta 137) amplía su predecesora con proporciones preconfiguradas para distintos formatos —desde pantalla completa hasta TikTok vertical o póster A4— y agrega 25 tipos de transiciones animadas. El Mosaico Digital Interactivo (136) va en una dirección diferente: en lugar de una secuencia lineal de diapositivas, propone una cuadrícula donde imágenes, vídeos y

escenas interactivas de DescartesJS conviven en la misma pantalla, lo que lo hace especialmente útil para portafolios o para presentar varios recursos simultáneamente en clase.

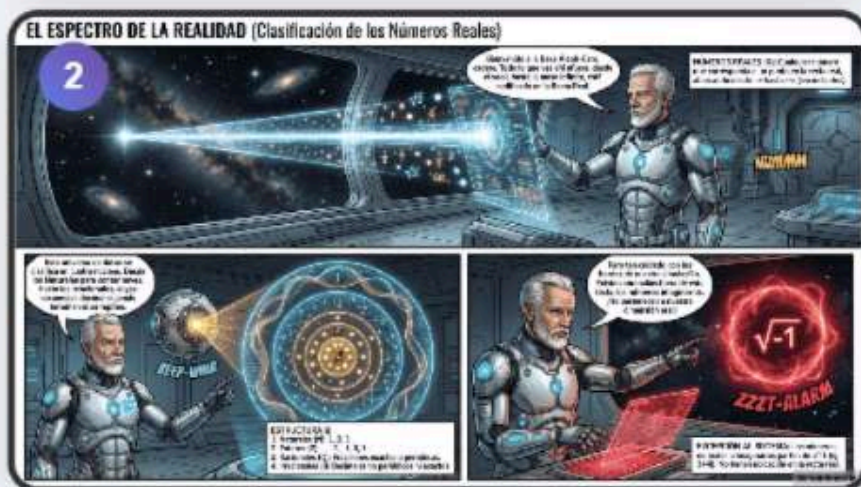


The screenshot shows a web application titled "Mosaico digital interactivo" with a dark background and green text. The interface includes a title input field containing "Mi Mosaico", a section for aspect ratio selection with buttons for 1:1, 16:9, 9:16, 3:4, and 4:3 (where 1:1 is selected), and a file selection area with a button labeled "Elegir archivos" and the text "Ningún archivo seleccionado". A large blue button at the bottom is labeled "Generar y Descargar HTML". A small icon in the top right corner indicates a full-screen or expandable view.

Herramienta IA 1. Herramienta 136 - Mosaico digital interactivo.



LOS SIMPSON Y LOS NÚMEROS REALES



Herramienta IA 2. Un mosaico obtenido con la herramienta 136.

En el terreno del diseño gráfico, las herramientas 134, 135 y 138 cubren la generación de piezas publicitarias: afiches, tarjetas de visita, postales, contenidos para redes sociales y mockups, todo a partir de texto o de imágenes propias. La distinción entre ambas versiones no es menor: la segunda reorganiza el flujo de trabajo y lo hace más especializado por tipo de pieza, lo que reduce el tiempo de configuración para quien sabe exactamente qué necesita.



Herramienta IA 3. Un mosaico de mockups obtenido con la herramienta 138.

La herramienta Chat con Frases Famosas (72) aborda el aprendizaje desde un punto de entrada cultural. Funciona como un chatbot que busca frases célebres de un autor a petición del usuario o sorprende con una frase aleatoria, y permite además generar un póster visual de esa cita con el estilo artístico elegido. Es una herramienta pequeña en apariencia, pero con un potencial claro en clases de lengua, filosofía o historia: la combinación de texto significativo e imagen generada puede despertar conversaciones que un recurso más convencional no provocaría.



Herramienta IA 4. Frases famosas generadas con la herramienta 72.

Educación interactiva: del cómic al cuestionario

El grueso de las publicaciones de 2026 se concentra en recursos para el aula. El EduGen AI (133) es probablemente la más ambiciosa del lote: con un único tema como entrada, genera diez tipos distintos de actividad —cuestionario, simulación, línea de tiempo, flashcards, cómic, clasificador, emparejar, ordenar, verdadero/falso y completar huecos—. El resultado es que un docente puede obtener en segundos un abanico completo de materiales para trabajar un mismo contenido desde ángulos diferentes, algo que normalmente llevaría horas de preparación.

Los generadores de cómics e historietas (127 y 132) merecen mención aparte porque van más allá de la ilustración automática. Producen también el guion: personajes, diálogos y estructura narrativa. Que la IA proponga los textos no significa que el docente o el estudiante los acepte sin más; al contrario, la edición del guion en JSON y la regeneración selectiva de paneles invitan a una revisión crítica que tiene valor pedagógico propio. Los más de treinta estilos visuales disponibles —desde Pixar hasta Studio Ghibli— permiten además adaptar el tono visual al nivel y al tema.

El Generador de capítulos de libro (126) abre una posibilidad distinta: crear material de referencia estructurado, con texto, fórmulas matemáticas en LaTeX e imágenes generadas, sobre cualquier tema curricular. No pretende sustituir los libros de texto, pero sí servir como punto de partida para guías de estudio personalizadas o para que los propios estudiantes construyan su propio "libro" sobre un tema investigado.

Crea páginas de libros digitales completas sobre cualquier tema con texto enriquecido, fórmulas matemáticas y visualizaciones artísticas.



EL SECRETO DE LOS PRODUCTOS NOTABLES



Herramienta IA 5. Una tira cómica obtenida con la herramienta 127.

Lenguaje, voz y juego

Dos herramientas abordan el aprendizaje de idiomas desde perspectivas complementarias. La práctica de segundo idioma (131) usa una mecánica de arrastrar y soltar para construir traducciones frase a frase, con tres niveles de dificultad y retroalimentación visual inmediata. Su diseño recuerda a las aplicaciones móviles de idiomas populares, pero con la ventaja de que el contenido puede exportarse para usarse sin internet. La herramienta de voces ElevenLabs (123), por su parte, cierra el circuito entre texto escrito y audio: genera un texto sobre cualquier tema y lo convierte en locución con voces hiperrealistas, lo que la convierte en un recurso valioso tanto para producción de contenido multimedia como para estudiantes con dificultades de lectura.

Entre los recursos más originales del año está la herramienta Interpreta mi boceto (82, publicada en febrero), que transforma los dibujos a mano de los niños en imágenes elaboradas por IA respetando la forma original del trazo. No se trata de corregir ni de sustituir el dibujo infantil: se trata de amplificarlo y celebrarlo, lo que la convierte en una propuesta con sensibilidad pedagógica diferente al resto de la colección.

Infraestructura para creadores

Menos visibles pero igualmente útiles son las herramientas orientadas a quienes producen contenido de manera sistemática. El Extractor universal de imágenes (130) resuelve un problema cotidiano: recuperar imágenes embebidas en PDFs, presentaciones de PowerPoint o páginas web, comprimirlas y convertirlas a formatos modernos como WebP, todo desde el navegador. Los Portales de imágenes (124) funcionan como un directorio razonado de los principales generadores gratuitos de imágenes en la web —Lexica,

BlinkShot, Pollinations y más de diez alternativas—, organizados para comparar estilos y tecnologías sin tener que buscarlos uno a uno.

El Generador y Editor de Imágenes y Vídeos (122) cierra la cadena creativa con un editor que permite modificar cualquier detalle de una imagen generada sin perder su esencia, y visualizar el antes y el después mediante un slider comparativo.

Una comunidad detrás de las herramientas

Vale la pena señalar algo que no siempre es evidente en un catálogo de aplicaciones: estas herramientas no las desarrolla una sola persona. Los créditos de cada publicación revelan un equipo diverso —Elena Álvarez Saiz, Édgar Herrera Morales, Luis Manuel Castellanos, Carlos Rojas Hincapié, Paco Rodríguez Villanego; Josep M^a Navarro Canut y Juan Guillermo Rivera Berrío—, con rediseños, mejoras y adaptaciones que pasan de unas manos a otras. Esa dinámica colaborativa explica tanto la velocidad de publicación como la variedad de enfoques: no hay un único criterio estético ni una sola idea de lo que debe ser una herramienta educativa con IA.

Reflexión final

Lo que el Proyecto Descartes ha construido en los primeros meses de 2026 no es solo un conjunto de aplicaciones útiles. Es una demostración práctica de que la inteligencia artificial generativa puede integrarse en la educación de manera accesible, sin depender de suscripciones costosas ni de infraestructura técnica sofisticada. La apuesta por el HTML portátil, por el acceso libre y por la exportación offline no es un detalle técnico: es una declaración sobre quién debería poder beneficiarse de estas tecnologías. En ese sentido, la colección de 2026 del Proyecto Descartes es tan interesante por lo que hace como por la filosofía que la sustenta.

GPT Image 2: cuando la inteligencia artificial empieza a ver de verdad

ChatGPT y Consejo editorial

Nota bene

Tanto la introducción como las ilustraciones fueron creadas por ChatGPT; por ello, la autoría de este artículo; sin embargo, tal como lo enuncia Saban: *Muchas revistas científicas ya han establecido que la IA no puede ser autora, ya que no asume responsabilidad sobre el contenido*"; por ello, la coautoría.

Introducción

La nueva generación de modelos de inteligencia artificial visual está entrando en una fase claramente industrial, y el lanzamiento de GPT Image 2 marca un punto de inflexión en esa evolución. Más que un simple generador de imágenes, este modelo representa el paso de herramientas creativas experimentales a sistemas de producción visual fiables, diseñados para integrarse directamente en flujos de trabajo profesionales.

Lo que distingue a GPT Image 2 frente a otros modelos del mercado no es únicamente su calidad estética, sino su capacidad de comprensión estructural y semántica del contenido visual. A diferencia de modelos

anteriores —que muchas veces “dibujaban” sin entender—, este sistema logra interpretar instrucciones complejas y traducirlas en composiciones coherentes, respetando jerarquías, relaciones espaciales y lógica visual. Esto se traduce en imágenes más consistentes, menos errores de composición y resultados alineados con la intención del usuario.

Uno de sus avances más notorios es el renderizado de texto dentro de las imágenes, históricamente uno de los mayores puntos débiles en la generación visual por IA. GPT Image 2 alcanza niveles de precisión cercanos al 100%, permitiendo crear menús, infografías, portadas o interfaces con texto legible y correcto, algo que antes requería edición manual posterior. Este salto lo posiciona como una herramienta directamente utilizable en diseño editorial, marketing y comunicación visual.

Además, introduce un enfoque más flexible y potente en la creación: permite generar múltiples variantes desde un solo prompt, integrar imágenes de referencia y realizar ediciones precisas sin destruir la coherencia original. Esta combinación convierte al modelo en un sistema híbrido de generación + edición + iteración, reduciendo drásticamente los tiempos de producción.

Otro aspecto clave es su mayor conocimiento del mundo real, lo que se refleja en escenas más creíbles, detalles contextuales acertados y una mejor representación de objetos, entornos y prácticas humanas. En comparación con otros modelos, que suelen fallar en detalles finos o producir inconsistencias, GPT Image 2 muestra una comprensión más profunda de cómo “debería verse” el mundo.

En conjunto, GPT Image 2 no solo mejora la calidad visual, sino que redefine el rol de la IA en el diseño: deja de ser una herramienta de exploración creativa para convertirse en un asistente de producción visual de alta precisión, capaz de competir —y en algunos casos

sustituir— procesos tradicionales del diseño gráfico y la ilustración digital.

Ejemplo de creación con GPT Image 2

Hemos aprovechado la producción visual de alta precisión de GPT Image 2 para generar algunas ilustraciones que representen los diferentes artículos de este Número de la Revista Red Descartes; por ejemplo, para el primer artículo, subimos la revista en PDF a ChatGPT con este prompt:

Convierte el artículo "El uso de vídeos en gamificación" del PDF en una caprichosa portada de periódico antiguo en blanco y negro. Colócala como retrato principal en el centro, con estilo de foto grabada antigua. Rodéala de titulares llamativos y exagerados, columnas estrechas de periódico y subtítulos ingeniosos. Usa tinta negra de alto contraste sobre un fondo blanco puro, una sutil textura de papel y tipografías serif clásicas. Añade titulares excéntricos, mágicos o humorísticos para crear un tono encantador y ligeramente surrealista. Mantén un diseño denso y editorial, que recuerde a un viejo periódico de fantasía. Asegúrate de que el rostro siga siendo reconocible, pero estilizado para encajar con la estética de periódico impreso.

A continuación, presentamos las ilustraciones generadas con GPT Image 2 (se sugiere hacer clic en cada ilustración para verla en una ventana ampliada).

NOTICIA DE ÚLTIMA HORA



¡EL ABURRIMIENTO
HA SIDO DECLARADO
ENEMIGO PÚBLICO
DEL NÚMERO UNO!

Expertos afirman que el video, cuando se usa con propósito y diversión, desarma su poder y despierta la curiosidad dormida.

LOS ESTUDIANTES
LO CONFIESAN:
"¡QUEREMOS MÁS
VÍDEOS, POR FAVOR!"



Encuesta secreta revela que 9 de cada 10 aprendices prefieren misiones con videos épicos a leer páginas y páginas de texto eterno.

RINCÓN DEL SABIO DESPISTADO



"Un video bien usado vale más que mil palabras... y además tiene música."

AVISO PARA PROFES MAGOS



Convierta sus clases en misiones inolvidables. ¡La varita es el mando y el video, su hechizo!

¡LOS VÍDEOS CONVIERTEN EL APRENDIZAJE EN AVENTURA!



👉 Gamificación + Video = Motivación desbordante y aprendizaje legendario 👈



EL USO DE VÍDEOS EN GAMIFICACIÓN

EL PODER VISUAL: MÁS QUE IMÁGENES, SON PORTALES

Los videos no son solo contenido: son llaves. Abren mundos, cuentan historias, muestran caminos y permiten que el estudiante sea el protagonista de su propia leyenda.



En la gamificación, cada video bien diseñado es una recompensa, una pista, un desafío o una inspiración que impulsa al héroe a seguir avanzando.



CRÓNICA DEL REINO EDUCATIVO



CUANDO EL HÉROE
PRESIONA PLAY,
COMIENZA LA
MISIÓN.

Los videos guían, inspiran y lanzan al alumno al mundo de los desafíos con emoción y propósito.

BENEFICIOS DE OTRO MUNDO

- 👁️ Atención cautivada
- ❤️ Emoción asegurada
- 🧠 Comprensión profunda
- 🔒 Retención legendaria
- 👑 Aprendizaje épico

¿SABÍAS QUE...?



Un video de 3 minutos puede tener más poder que 3 páginas de texto (y tarda menos en convencer al cerebro)!



¡QUE VIVAN LOS VÍDEOS Y LAS MISIONES!

★ PORQUE APRENDER PUEDE (Y DEBE) SER ÉPICO, DIVERTIDO Y MEMORABLE. ★



EL PROBLEMA DE JOSEFO

DE LA HISTORIA A LAS MATEMÁTICAS

I. EL RELATO HISTÓRICO



Durante la guerra, Josefo y sus compañeros fueron rodeados en una cueva. Para evitar el cautiverio, decidieron un sorteo mortal.

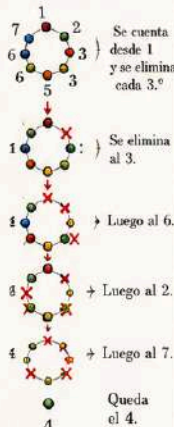
II. EL PROCEDIMIENTO



Se cuenta en círculo eliminando cada k -ésimo. El último en quedar será el que se salve.

III. EJEMPLO

$N = 7, k = 3$



SE ELIMINA
CADA k -ÉSIMO

IV. PATRÓN OBSERVADO

Para $k = 3$, los ganadores siguen la secuencia:

1, 4, 7, 10, 13, ...

Cada término aumenta de 3 en 3.

Con N personas:

$$J(N, 3) = 3 \left\lfloor \frac{N-1}{3} \right\rfloor + 1$$

donde $\lfloor x \rfloor$ es la parte entera de x .

V. GENERALIZACIÓN

El problema de Josefo busca la posición del último sobreviviente $J(N, k)$ para N personas y un paso k .

$$J(N, k) = (J(N-1, k) + k) \bmod N$$

con $J(1, k) = 1$



NOTAS

- Es un problema de eliminación en estructura circular.
- Aparece en combinatoria y teoría de números.
- Tiene aplicaciones en programación y algoritmos.



VI. APLICACIÓN MODERNA



El problema de Josefo inspira algoritmos que optimizan procesos y toman decisiones en sistemas complejos.

DE LA HISTORIA NACE LA CURIOSIDAD;
DE LA MATEMÁTICA, LA RESPUESTA.

LÁMINA XIX

LA FÓRMULA DE CAUCHY-BINET

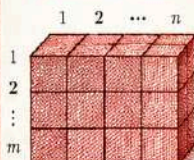
— RELACIÓN ENTRE DETERMINANTES —

FÓRMULA GENERAL.

$$\det(AB) = \sum_K \det(A_{:,K}) \det(B_{K,:})$$

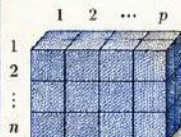
La suma se toma sobre todos los subconjuntos K de $\{1, 2, \dots, n\}$ con $|K| = n$.

I. MATRIZ A ($m \times n$)



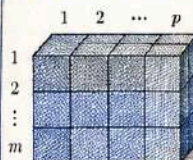
A tiene m filas y n columnas. Cada columna aporta información para la combinación.

II. MATRIZ B ($n \times p$)



B tiene n filas y p columnas. Sus filas se combinan con las columnas de A.

III. PRODUCTO AB ($m \times p$)



El determinante de AB se puede expresar como suma de productos de menores.

IV. SUBCONJUNTO K

Elegimos un subconjunto $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ de $\{1, 2, \dots, n\}$.

(1) (2) (3) (k_1) (k_2) (k_n) (n)

Siempre se eligen n índices. Cada elección genera un término en la suma.

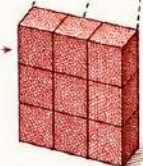
V. MENOR DE A

$A_{:,K}$



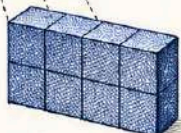
Tomamos de A solo las columnas cuyos índices están en K y calculamos su determinante.

$$\det \begin{pmatrix} a_{1k_1} & \dots & a_{1k_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{mk_1} & \dots & a_{mk_n} \end{pmatrix}$$



$A_{:,K}$ ($m \times n$)

Submatriz de A formada por las columnas en K .



$B_{K,:}$ ($n \times p$)

Submatriz de B formada por las filas en K .

VI. MENOR DE B

$B_{K,:}$



Tomamos de B solo las filas cuyos índices están en K y calculamos su determinante.

$$\det \begin{pmatrix} b_{k_1 1} & \dots & b_{k_1 p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k_n 1} & \dots & b_{k_n p} \end{pmatrix}$$

VII. SUMA DE TODOS LOS TÉRMINOS

Para cada subconjunto K obtenemos un producto de dos determinantes. La suma de todos ellos produce el determinante de AB .

$$\det(AB) = \det(A_{:,K_1}) \det(B_{K_1,:}) + \det(A_{:,K_2}) \det(B_{K_2,:}) + \dots + \det(A_{:,K_n}) \det(B_{K_n,:})$$

OBSERVACIONES.

- * $|K| = n$: siempre se eligen n índices.
- * Si $m = n$ y $p = n$, la fórmula relaciona determinantes de matrices cuadradas.
- * Útil para demostrar propiedades y desarrollar identidades.



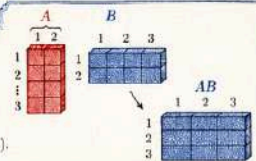
EJEMPLO ILUSTRATIVO.

Sean $m = 3$, $n = 2$, $p = 3$.

Hay $\binom{2}{2} = 1$ subconjunto $K: \{1, 2\}$.

Entonces,

$$\det(AB) = \det(A_{:, \{1, 2\}}) \det(B_{\{1, 2\}, :}).$$



La estructura se revela en la combinación.
La fórmula usa determinantes.

● **IA GENERATIVA**
Nuevas herramientas
que están cambiando
la industria

PÁG. 04



● **REALIDAD VIRTUAL**
La próxima frontera
de la inmersión total
en los videojuegos

PÁG. 08

● **INDIE DESTACADO**
Entrevistamos a los
creadores de "Cosmic
Garden"

PÁG. 12



\$2.00

SÁBADO

24.MAY.2025

AÑO 15 / N° 842

ISSN 2215-7890

TECNOFUTURO

INNOVACIÓN • TECNOLOGÍA • FUTURO

SÍGUELOS

tecno futuro.com



DESARROLLO TRADICIONAL



IDEA
Original y
concepto
del diseño



PROGRAMACIÓN
Código manual,
pruebas y
depuración



EQUIPO HUMANO
Roles definidos,
coordinación
y revisiones



TIEMPO
Ciclos largos
de desarrollo
y producción



COSTO
Mayor inversión
en recursos
y tiempo



GENERACIÓN ASISTIDA POR IA



IDEA + PROMPT
La IA potencia
y expande
la creatividad



GENERACIÓN DE ACTIVOS
Arte, sonidos
y texturas
autogeneradas



ASISTENCIA IA
Código sugerido,
pruebas
automatizadas



TIEMPO
Prototipos en
horas, no en
semanas



COSTO
Optimiza recursos
y reduce costos
de producción



JUEGOS AJDA VS JUEGOS REALIZADOS CON IAs

EL DESAFÍO EN CIFRAS

Encuesta a 500 desarrolladores



Ya uso herramientas
de IA en su flujo
de trabajo



Ahorra más de 30%
del tiempo en fases
de producción



Creo que la IA
mejora la calidad
final del juego

¿RIVALES O ALIADOS?

Analizamos cómo la Inteligencia Artificial está revolucionando el desarrollo de videojuegos, sin reemplazar la creatividad humana.

DEL CONCEPTO AL JUEGO: 2 CAMINOS, UN MISMO OBJETIVO



La IA no viene a quitarle el trabajo al desarrollador, viene a liberar su creatividad para contar mejores historias."

— MELISSA GARCÍA
Game Designer

HERRAMIENTAS QUE MARCAN LA DIFERENCIA

PÁG. 06



UNREAL ENGINE 5
+ IA



CHATGPT
Code Interpreter



MIDJOURNEY
Text to Image



COPILOT
For Gaming

¡PARTICIPA!

CUÉNTANOS TU EXPERIENCIA
USANDO IA EN EL DESARROLLO
DE JUEGOS Y APARECE EN
NUESTRA PRÓXIMA EDICIÓN.



ESCÁNEA Y VOTA

tecno futuro.com

NOTICIAS DIARIAS, ANÁLISIS, TUTORIALES Y MÁS

¡SUSCRÍBETE A NUESTRO NEWSLETTER!

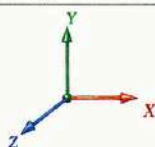


UN POCO SOBRE COLORES

Y SU USO EN DESCARTESJS

Estudio de forma, estructura y color en el plano cartesiano.

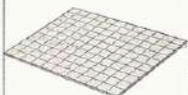
1. Ejes cartesianos



Tres ejes perpendiculares que se cruzan en el origen (0,0,0). Cada eje tiene su propio color para facilitar la orientación.

X Rojo
Y Verde
Z Azul

2. Plano y cuadrícula



El plano XY se muestra como una cuadrícula gris. Sirve de referencia para ubicar puntos y figuras. Las líneas finas ayudan a medir y alinear.

3. Figuras geométricas



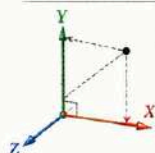
Cada figura tiene un color distinto para distinguirse mejor en el espacio.

7. Relación entre ejes



Los ejes son perpendiculares entre sí y forman ángulos rectos (90°).

8. Coordenadas



Un punto en el espacio se define con tres números:

(x, y, z)

Ejemplo:

$P(2, 3, 1)$

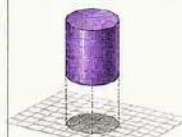
El color no es solo adorno: es una herramienta para pensar el espacio.

4. Color y función

Los colores ayudan a entender el espacio y a identificar cada elemento rápidamente.

- Rojo: eje X (dirección horizontal)
- Verde: eje Y (dirección vertical)
- Azul: eje Z (profundidad)
- Gris: plano y cuadrícula (referencia)

5. Proyección



Las figuras proyectan sombras o bases sobre el plano XY. Esto ayuda a visualizar su posición en el espacio.

6. Vista isométrica



La vista isométrica permite ver los tres ejes con la misma inclinación.

9. Resumen de colores



Cada color tiene un propósito.

Usarlos con claridad mejora la comprensión de cualquier construcción en DescartesJS.



GIROLAMO CARDANO
1501-1576

Médico y matemático italiano.
Expuso el método para resolver
la ecuación cúbica.

DESCUBRIMOS LAS FÓRMULAS DE CARDANO-VIETA

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN CÚBICA GENERAL

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

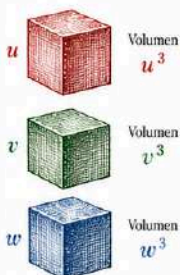


FRANÇOIS VIÈTE
1540-1603

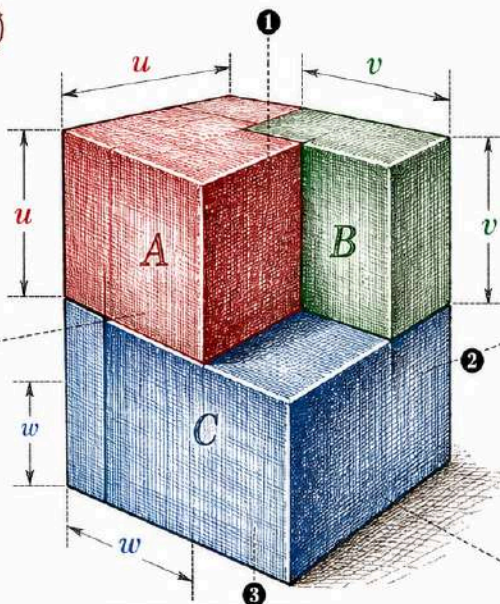
Matemático francés.
Relacionó las raíces con los
coeficientes de la ecuación.

1 CUBOS PRINCIPALES

Se construyen tres cubos
de aristas u , v y w .



Sus volúmenes representan
partes de la ecuación.



La suma de los tres cubos A, B y C
se iguala al término independiente.
De aquí se obtiene la relación fundamental.

$$u^3 + v^3 + w^3 = -c$$

3 RELACIÓN FUNDAMENTAL

El equilibrio de volúmenes
da la clave del método.

$$u^3 + v^3 + w^3 = -c$$

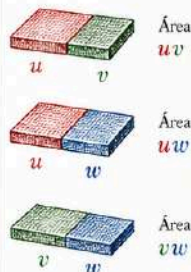
Con u , v , w adecuados
se cumple la igualdad.



Los tres cubos equilibran
el término independiente.

2 TÉRMINOS MIXTOS

Al desarrollar el cubo total
aparecen áreas mixtas.



Estas áreas producen el
segundo y tercer coeficiente.

RELACIONES DE VIÈTE

Si las raíces son x_1 , x_2 , x_3 ,
entonces:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = b$$

$$x_1 x_2 x_3 = -c$$

Estas fórmulas vinculan
las raíces con los coeficientes
de la ecuación cúbica.



MÉTODO DE CARDANO

1 Reducir la cúbica

Eliminamos el término
cuadrático con el cambio

$$x = y - \frac{a}{3}$$

2 Construir u y v

Se eligen u y v tales que:

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -\frac{c'}{2} \\ 3uv = -\frac{b'}{3} \end{cases}$$

3 Obtener la raíz

Una raíz de la ecuación
se obtiene por:

$$x = u + v - \frac{a}{3}$$

Las otras raíces se hallan con permutaciones
y, si es necesario, mediante números complejos.

LA GEOMETRÍA DA INTUICIÓN, EL ÁLGEBRA DA CÁLCULO,
Y JUNTAS, REVELAN EL ORDEN OCULTO DE LA NATURALEZA.

PERSONALIZA TUS PRESENTACIONES EN NOTEBOOKLM



IA QUE
ENTIENDE
TU CONTENIDO



TÚ DECIDES
EL ESTILO



PRESENTACIONES
HECHAS
A TU MEDIDA

Convierte tu contenido en presentaciones
únicas, claras y con tu estilo.

CÓMO PERSONALIZAR EN 4 PASOS

- 1 SUBE TU CONTENIDO**
Añade documentos, notas o enlaces.
- 2 GENERA LA PRESENTACIÓN**
NotebookLM crea un borrador con IA a partir de tu contenido.
- 3 PERSONALIZA EL ESTILO**
Elige diseño, colores, tipografías y tono que reflejen tu mensaje.
- 4 REVISY Y COMPARTE**
Ajusta, perfecciona y comparte tu presentación con confianza.



TÚ TIENES EL CONTROL.
TU MENSAJE, TU ESTILO.

ELIGE TU ESTILO



MINIMALISTA
Limpio, claro y profesional. Ideal para información clave.



MODERNO
Fresco y dinámico con acentos de color. Atrae y comunica.



CREATIVO
Atrevido y visual para ideas que destacan. Impacto total.



CORPORATIVO
Serio y elegante. Perfecto para entornos profesionales.

BENEFICIOS CLAVE



+65%
Más claridad en la comunicación.



-50%
Ahorro de tiempo en la creación.



+80%
Mayor participación de tu audiencia.

CONSEJOS RÁPIDOS



Conoce a tu audiencia y elige el estilo adecuado.



Usa pocas palabras y mucho impacto visual.



Mantén coherencia en colores y tipografías.

DENTRO DEL PROCESO



TU CONTENIDO TIENE VALOR.
DALE LA FORMA QUE MERECE.



IA GENERATIVA EN LAS PUBLICACIONES CIENTÍFICAS



LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL AL SERVICIO DE LA EDUCACIÓN

LAS NUEVAS HERRAMIENTAS DE IA DEL
PROYECTO DESCARTES® EN 2026

El Proyecto Descartes incorpora nuevas herramientas de Inteligencia Artificial para apoyar a **docentes, estudiantes y centros educativos**.

1

Asistente para docentes



La IA ayuda a crear actividades, recursos y evaluaciones de forma rápida y sencilla.

2

Apoyo personalizado para estudiantes



La IA ofrece explicaciones claras, responde dudas y propone ejercicios según el ritmo de cada estudiante.

3

Análisis de aprendizaje



La IA analiza resultados para detectar fortalezas y áreas de mejora en tiempo real.

4

Generación de recursos inteligentes



Crea materiales interactivos, presentaciones, ejercicios y simulaciones adaptadas al currículo.



¿QUÉ BENEFICIOS APORTA?



Ahorra tiempo a docentes en tareas administrativas.



Mejora la motivación y el aprendizaje con actividades a medida.



Favorece decisiones educativas basadas en datos.



Promueve una educación inclusiva y accesible para todos.



Prepara a estudiantes para los retos del futuro.



IA CON PROPÓSITO EDUCATIVO

Tecnología al servicio de las personas para aprender, enseñar y transformar la educación.



El Proyecto Descartes continúa innovando para que la IA sea una aliada fiable, ética y útil en las aulas.



Leonardo da Vinci

Inteligencia
STEAM

proyecto
descartes



Normas de publicación

Características de los artículos

El autor puede presentar el artículo en un documento de texto con un máximo de ocho páginas en Arial tamaño 12.

Si el autor tiene competencias en el diseño HTML y CSS, puede usar la [plantilla de la revista](#), con un máximo de 10 páginas.

El título será menor a 150 caracteres.

Las imágenes, figuras, tablas, videos y objetos interactivos se deben enviar en un archivo zip aparte.

Idioma. La revista acepta artículos en español, inglés y portugués.

Los artículos, preferiblemente, se relacionarán con aspectos educativos y el uso de las tecnologías en los procesos de enseñanza-aprendizaje. No obstante, se aceptan artículos de otras áreas del conocimiento, siempre que estos incorporen contenidos digitales diseñados con el editor DescartesJS.

Presentar los permisos para el uso de contenido sujeto a derechos de autor, incluyendo los que provienen de Internet.

El artículo y los anexos deben enviarse en un archivo zip, a través de un enlace (vía hosting o Google Drive, por ejemplo).

Los artículos deben abordar temas como:

Difusión relacionada con la Red Educativa Digital
Descartes

Reseñas de libros interactivos

Aplicaciones con DescartesJS

Novedades DescartesJS

Experiencias en el aula

Investigaciones que incluyan el uso de contenidos digitales
interactivos diseñados con DescartesJS

Evaluación de los artículos

El o los autores podrán sugerir revisores, indicando los datos de contacto (nombre y dirección de correo).

Los editores del Consejo Editorial, en primera instancia, valorarán los artículos para verificar que cumplen con los objetivos de publicación de la revista, si el concepto es positivo se asignarán mínimo dos revisores quienes evaluarán el artículo y harán las recomendaciones pertinentes, entre ellas la aceptación o no de su publicación.



