JUNTA DE ANDALUCIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y CIENCIA
I.E.S."BAJO GUADALQUIVIR"
Departamento de Matemáticas
Lebrija

BACHILLERATO
TECNOLÓGICO

FAMILIA DE FUNCIONES.
TIPOS Y OPERACIONES

1.- Familia de rectas

La función $y = mx + n$ representa una recta de pendiente m y de ordenada en el origen n.

En esta escena está representada la recta $y = mx + n$, donde puedes cambiar los valores de m y n, en los botones inferiores.
Comprueba como cambia la gráfica cuando cambias m.
Comprueba como cambia la gráfica cuando cambias n. (usa el botón LIMPIAR para borrar las rectas anteriores)

EJERCICIO 1

a) Partiendo del inicio, representa en la escena (sin limpiar) las rectas con
$m = -3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5$
b) ¿Qué representa la m en la gráfica de la recta? Anótalo en tu cuaderno.

c) Partiendo del inicio, representa en la escena (sin limpiar) las rectas con
$n = -3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5$
d) ¿Qué representa la n en la gráfica de la recta? Anótalo en tu cuaderno.

e) Representa en la escena, cuatro rectas de pendiente 2 y distintas ordenadas en el origen. Escribe sus ecuaciones.¿Qué obtienes?.

f) Representa en la escena, cuatro rectas de ordenadas en el origen 2 y distintas pendientes. Escribe sus ecuaciones.¿Qué obtienes?.

1.1.- Familia de rectas con un punto común

Puedes ver una familia de rectas con un punto común en esta escena.

EJERCICIO 2
Anota en tu cuaderno:

a) ¿Cuáles son las coordenadas del punto común a todas estas rectas?

b) ¿En qué se diferencian las distintas rectas que están representadas?

c) En el texto de la escena donde aparece la ecuación de una de las rectas: $y = mx + n$, puedes sustituir el valor de n por un número cualquiera, y pulsar a continuación ENTER. (tardará un poco en verse el efecto)
Anota en tu cuaderno el efecto que produce en la gráfica.

1.2.- Familia de rectas paralelas

Puedes ver una familia de rectas paralelas en esta escena.

EJERCICIO 3
Anota en tu cuaderno:

a) ¿Cuáles son las pendientes de cada una de estas rectas?

b) ¿En qué se diferencian las distintas rectas que están representadas?

c) En el texto de la escena donde aparece la ecuación de una de las rectas: $y = mx + n$, puedes sustituir el valor de m por un número cualquiera, y pulsar a continuación ENTER. (tardará un poco en verse el efecto)
Anota en tu cuaderno el efecto que produce en la gráfica.

1.3.- Pendiente de una recta

Las funciones del tipo f(x) = mx (f(x) = 2x, f(x) = -3x, y=4x, y= -2x) al representarlas dan lugar a rectas que pasan por el origen. El número "m" determina la inclinación de la recta respecto al eje OX, y recibe el nombre de **pendiente** de la recta.
Experimenta con la siguiente escena:

EJERCICIO 4

Comprueba y anota en el cuaderno:

a) ¿Qué sucede al variar m tomando valores mayores o iguales que cero? (desde cero hasta 5000 p. ej.). Idem desde 0 hasta -5000.

b) El caso de m=0 es especialmente importante. ¿Por qué?

c) ¿Qué sucede para m = 1?.

d) ¿Para qué valor de m se obtiene la bisectriz del 2º y 4º cuadrantes?.

Las gráficas de las funciones del tipo: f(x) = mx+n también son rectas. El coeficiente "m" se llama **pendiente** y representa la inclinación de la recta respecto de la dirección positiva del eje OX.
Igual que en el caso anterior:
Comprueba y anota en el cuaderno lo que sucede al variar m tomando valores mayores o iguales que cero (desde cero hasta 5000 p. ej.). Idem desde 0 hasta -5000. El caso de m=0 es especialmente importante.

El número "n" se llama **ordenada en el origen** y mide la distancia que hay desde el punto en que la recta corta al eje de ordenadas hasta el origen (distancia positiva o negativa, según los casos). Compruébalo y anota los casos correspondientes:

El coeficiente "m" tiene un significado geométrico que ya has podido apreciar, mide la inclinación de la recta respecto a la dirección positiva del eje OX.
Vamos a comprobar el significado de la pendiente "m" de una forma más precisa. Para ello, con la siguiente escena, dibujaremos una función $f(x) = mx + n$, elegiremos un punto B sobre la gráfica, otro punto C sobre la gráfica y estudiaremos la relación entre la variación vertical y la variación horizontal que se produce al pasar de B a C. La variación vertical se suele llamar incremento de la función (lo que ha variado la función al pasar de B a C) y la variación horizontal se suele llamar incremento de la variable (lo que ha variado la variable "x" al pasar de B a C).

Anota las conclusiones.

EJERCICIO 5

Si α es el ángulo que representa la inclinación de la recta $y = mx+n$, ¿qué relación existe entre m y α ?.

2.- Familia de parábolas

Las gráficas de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ son **parábolas** de eje vertical.

En esta escena puedes ver representada la parábola y = ax^2 + bx + c, donde puedes cambiar los valores de a, b y c.

EJERCICIO 6
Anota en tu cuaderno

a) Partiendo del inicio de la escena, deja fijos b y c, y cambia los valores de a (sin limpiar), dando valores positivos, así obtendrás una familia de parábolas. ¿Cómo influyen estos cambios de a en la gráfica?.

b) Idem con a<0.

c) ¿Cómo influye el signo de a en la gráfica de la parábola?.

d) Partiendo del inicio de la escena, deja fijos a y c, y cambia los valores de b (sin limpiar), dando valores positivos, así obtendrás una familia de parábolas. ¿Cómo influyen estos cambios de b en la gráfica?.

e) Idem con b<0 .

f) ¿Cómo influye el signo de b en la gráfica de la parábola? .

g) Partiendo del inicio de la escena, deja fijos a y b, y cambia los valores de c (sin limpiar), dando valores positivos, así obtendrás una familia de parábolas. ¿Cómo influyen estos cambios de c en la gráfica? .

h) Idem con $c<0$.

i) ¿Cómo influye el signo de c en la gráfica de la parábola?.

j) ¿Qué ocurre cuando $a = 0$?. ¿Por qué?.

En ocasiones se nos va a pedir que dibujemos la **gráfica de una función cuadrática**, por ejemplo la de $y = x^2-3x-10$.
Primero deberás encontrar los puntos de corte con los ejes (eje OX: $y = 0$; eje OY: $x = 0$). Para ello tendrás que resolver dos sistemas: $[y = x^2-3x-10, y = 0]$ (¿siempre tendrá solución?) y $[y = x^2-3x-10, x = 0]$.

Responde a la pregunta anterior dando una interpretación geométrica.

En segundo lugar deberás determinar las coordenadas del vértice y decidir si se trata de un máximo o de un mínimo (máximo o mínimo según los casos **¿de qué depende**?)

De momento tienes que memorizar que la abscisa del vértice es igual a "-b/2a". La ordenada del vértice la calcularás sustituyendo el valor de la abscisa en la función (es decir: f(-b/2a)). (Más adelante aprenderás un método distinto para hallar el vértice).

EJERCICIO 7

Representa gráficamente, con y sin ordenador, las funciones $f(x) = x^2-3x-10$, $y = x^2+5x+6=0$, $y = x^2+4$. (En el último ejemplo no hay puntos de corte con el eje de abscisas, así que para dibujar la parábola correspondiente tendrás que hallar el vértice y además "dar valores").

Eje de simetría de la parábola: todas las parábolas que proceden de dibujar una función cuadrática tienen un eje de simetría vertical (¿cuál es?). Halla las ecuaciones de los ejes de simetría de las tres parábolas que has dibujado.